

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ

«БРЕСТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра начертательной геометрии и инженерной графики

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

К ВЫПОЛНЕНИЮ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ГРАФИЧЕСКИХ

ЗАДАНИЙ ПО НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

для студентов специальности 70 02 01 – ПГС

Брест 2002

Методические указания разработаны в соответствии с учебной и рабочей программами курса начертательной геометрии для студентов специальности 70 02 01 «Промышленное и гражданское строительство» и предназначена для самостоятельной работы студентов при подготовке к практическим занятиям, экзаменам и при выполнении индивидуальных графических заданий.

Составители: Базенков Т.Н. зав. каф., профессор, к.т.н., доцент
Кондратчик Н.И. к.т.н., доцент
Матюх С.А. ассистент

Под редакцией Кондратчик Н.И.

Рецензент: Ст. преподаватель кафедры художественно-графических дисциплин Брестского государственного университета им. А.С. Пушкина Хаврат Л.Л.

© Учреждение образования «Брестский государственный
технический университет» 2002

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	4
1. Правила оформления и компоновки чертежей..... индивидуальных графических заданий.....	5
2. Методические указания к выполнению задач по темам:	6
2.1. Точка, прямая, плоскость	7
2.2. Преобразование проекций	16
2.3. Поверхность и плоскость. Развертки.....	23
2.4. Пересечение поверхностей.....	32
2.5. Числовые отметки.....	38
2.6. Тени в ортогональных проекциях	44
3. Методические рекомендации для подготовки к экзамену по начертательной геометрии.....	48
Список рекомендуемой литературы.....	48

ВВЕДЕНИЕ

Начертательная геометрия – одна из учебных дисциплин, составляющих основу инженерного образования. Знание начертательной геометрии и умение применять ее методы к решению практических задач – необходимое условие подготовки инженеров в высших учебных заведениях нашей Республики.

Предметом начертательной геометрии, как и геометрии вообще, являются пространственные формы и их отношения.

Начертательную геометрию из геометрии в целом выделяют особенности применения ее методов, основанных на методе проецирования. Методы начертательной геометрии – графические методы. Начертательная геометрия является теоретической основой построения технических чертежей, которые представляют собой графические модели конкретных инженерных изделий, а в частности зданий и сооружений.

За последние годы круг задач, решаемых методами начертательной геометрии, значительно расширился. Ее универсальные и специальные методы находят широкое применение в системах автоматизированного проектирования, конструирования и технологии изготовления сложных технических объектов. В связи с этим начертательная геометрия в настоящее время приобретает все более созидательный, моделирующий, творческий характер.

Основная цель изучения начертательной геометрии в вузе – развитие конструктивно-геометрического мышления, способностей к анализу и синтезу пространственных форм и отношений на основе графических моделей пространства, практически реализуемых в виде чертежей конкретных пространственных объектов и зависимостей.

Изучение начертательной геометрии наряду с лекционными и практическими занятиями, самостоятельной работой студента с учебной литературой и решением задач, включает выполнение индивидуальных графических заданий. Преподаватель принимает работу с защитой ее исполнителем, что позволяет изучать предмет поэтапно и осуществлять текущий контроль знаний рейтинговой системой, внедренной на кафедре начертательной геометрии и инженерной графики.

1. Правила оформления и компоновки чертежей индивидуальных графических заданий

Индивидуальные графические задания по темам курса начертательной геометрии студенты выполняют на листах **чертежной** бумаги формата А3 (297 x 420 мм) в соответствии с ГОСТ 2.301-68. После защиты они сшиваются в альбом с титульным листом. Альбом зачтенных работ является допуском к экзамену и представляется экзаменатору в день экзамена.

Размер формата чертежа соответствует размеру контура листа чертежной бумаги. На нем определяется рабочее поле чертежа, которое получится когда отложить с левой стороны 20 мм и с остальных сторон листа по 5мм, а затем в правом нижнем углу выполнить основную надпись, как показано на рис. 1.1.

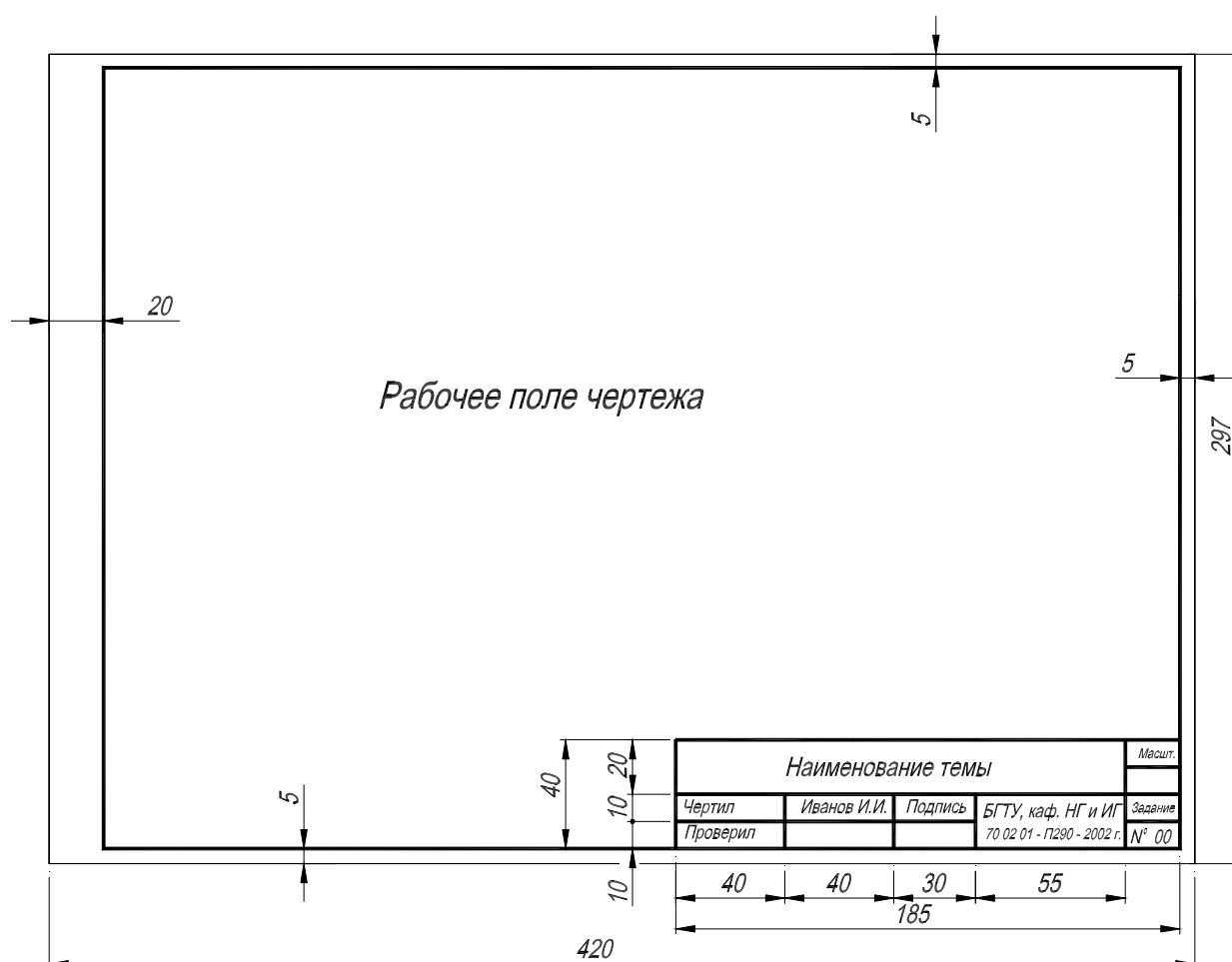


Рис. 1.1. Пример определения рабочего поля чертежа задания

Чертежи оформляются с помощью чертежных инструментов карандашом, при этом должны быть аккуратными и графически четкими (лишние линии построений убираются). Толщина и тип линии выбирается из ГОСТ 2.303-68, при этом рекомендуется толщина $S = 0,8..1,0$ мм основной линии, $S/2$ для линий построения. Надписи на поле чертежа следует выполнять шрифтом согласно с ГОСТ 2.304-81. Для надписей на поле чертежа рекомендуются номера шрифта № 5 и 7, но не менее 3,5. Допускается оставлять вспомогательные линии, используемые для написания надписей.

2. Методические указания к выполнению индивидуальных графических заданий

Каждое графическое задание следует выполнять в следующей последовательности:

1. Изучить условие задачи. Проработать тему задания по конспекту и учебной литературе, список которой приведен в конце методических указаний. Решить предложенный объем в сборнике задач, а затем приступить к выполнению задания.
2. На листе формата А3 определить рабочее поле чертежа как предложено на рис. 1.1, а затем, **продумав компоновку**, выполнить тонкими линиями, условия задач, которые предстоит решить.
3. Решить задачи тонкими линиями. Выполнить все надписи, применив шрифт № 7 или № 5. Убедиться в том, что задачи решены верно и обвести чертеж в следующей последовательности: сплошной основной линией условие задачи и результат решения, штриховой линией невидимые участки геометрических объектов, сплошными тонкими линиями построения по ходу решения и линии связи, которые соединяют проекции точек.

2.1. Точка, прямая, плоскость

Задание 1. Выполнить на листе формата А3 две задачи из рассмотренных ниже.

Цель задания: получить навыки решения задач по теме «Точка, прямая, плоскость».

Методические указания к решению задач

Задача 1. Дано: координаты вершин двух треугольников. Требуется построить линию пересечения ΔABC и ΔKNM , используя алгоритм решения задачи по определению точки пересечения прямой с плоскостью. Решить видимость.

Решение с использованием алгоритма задачи по определению точки пересечения прямой с плоскостью следует повторить дважды, при этом определяются две точки на линии пересечения плоскостей заданных в виде треугольников ΔABC и ΔKNM . Графическое решение задачи 1 приведено на рис. 2.1.1.

Алгоритм графического решения:

1. На отведенном месте чертежа вычертить по заданным координатам проекции ΔABC и ΔKNM (на чертеже это $A_1C_1B_1$; $A_2C_2B_2$; $K_1N_1M_1$; $K_2N_2M_2$).

2. Выберем прямую, с которой будем решать задачу. На рис. 2.1.1 это прямая NM . Заклучим ее в плоскость посредник β , занимающую фронтально-проецирующее положение и обозначим её след β_2 . Определим линию пересечения

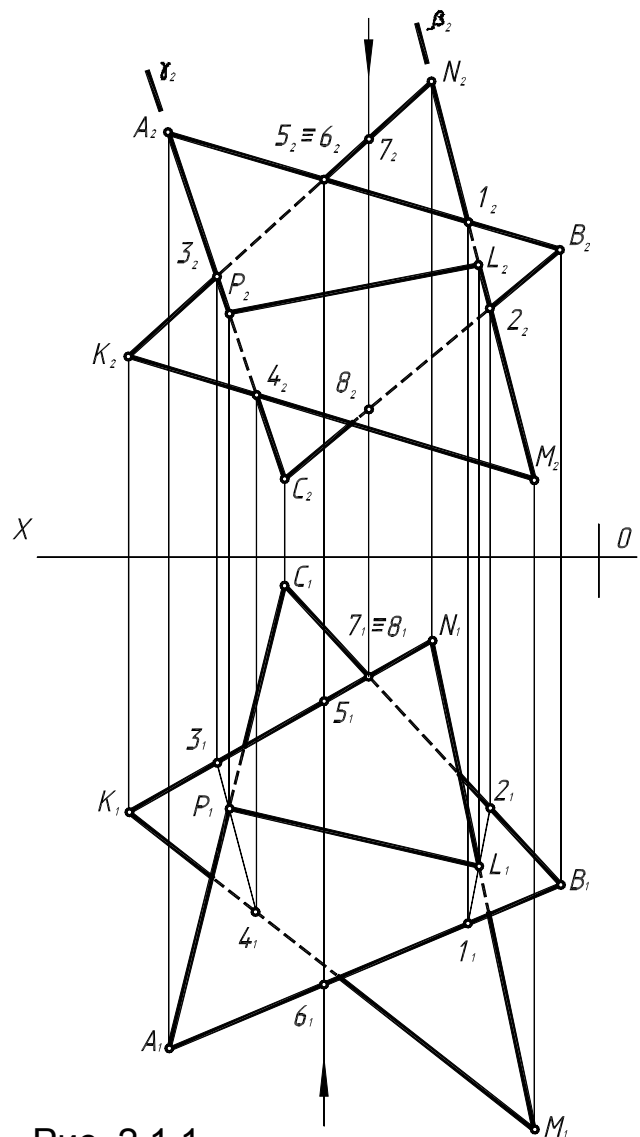


Рис. 2.1.1

плоскости β с ΔACB . На чертеже это линия $1_2 2_2$ (на фронтальной проекции) и $1_1 2_1$ (на горизонтальной проекции). Найдем проекции точки пересечения найденной линии с NM . На чертеже это проекции L_1 и L_2 .

3. Заклучив прямую AC во фронтально-проецирующую плоскость γ аналогично найдем проекции точки P (на чертеже это P_1 и P_2). Обведем PL (на чертеже это $P_1 L_1$ и $L_2 P_2$) основной линией как линию пересечения ΔACB и ΔKNM , которую принято считать всегда видимой.

4. Определим видимость проекций ΔACB и ΔKNM с помощью конкурирующих точек скрещивающихся сторон треугольников. Выбрав фронтально конкурирующую пару точек **5** и **6**, решим видимость на фронтальной проекции как показано на чертеже, а затем с помощью точек **7** и **8** (горизонтально конкурирующие точки) аналогично решим видимость на горизонтальной проекции.

Задача 2. Дано: плоскость ΔABC и точка D . Определить действительную величину расстояния от точки до плоскости. Решить видимость на чертеже.

Расстояние от любой точки до плоскости определяется величиной перпендикуляра опущенного из точки на плоскость. На чертеже прямая перпендикулярна плоскости, если ее горизонтальная проекция перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали, а фронтальная проекция перпендикулярна фронтальной проекции фронтали. Графическое решение задачи 2 приведено на рис. 2.1.2.

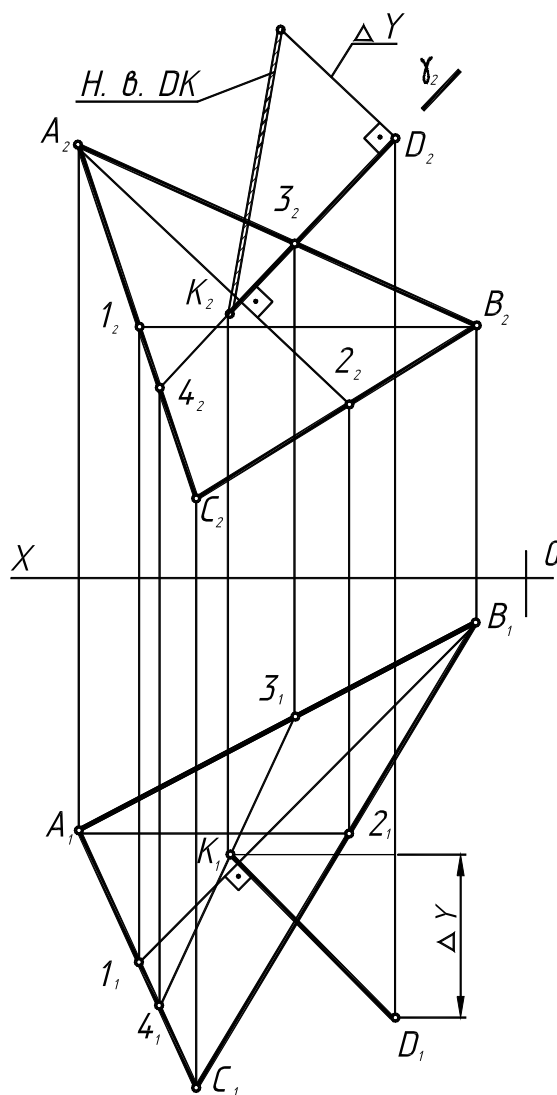


Рис. 2.1.2

Алгоритм графического решения:

1. Проведем в ΔABC фронталь **A2** (на чертеже это проекции **A₁2₁** и **A₂2₂**) и горизонталь **B1** (на чертеже это проекции **B₁1₁** и **B₂1₂**).

2. Проведем из **D₂** фронтальную проекцию перпендикуляра $\perp$ к **A₂2₂**, а из **D₁** – горизонтальную $\perp$ к **B₁1₁**, так как показано на рис. 2.1.2.

3. Для того чтобы определить основание перпендикуляра следует решить задачу по определению точки пересечения прямой с плоскостью ΔABC . С этой целью заключим перпендикуляр во фронтально-проецирующую плоскость γ , найдем линию ее пересечения с ΔABC (это **3₁4₁** и **3₂4₂**) и отметим проекции найденной точки **K** (**K₁** и **K₂**).

4. Определим действительную величину прямой **DK** способом «прямоугольного треугольника», а затем решим видимость на чертеже.

Задача 3. Дано: плоскость ΔABC и точка **D**. Построить точку **P** симметричную точке **D** относительно плоскости ΔABC . Определить длину отрезка **DP** и решить видимость на чертеже.

Точка **P** симметричная точке **D** относительно плоскости ΔABC располагается на прямой перпендикулярной данной плоскости. На чертеже прямая перпендикулярна плоскости, если ее горизонтальная проекция перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали, а фронтальная проекция перпендикулярна фронтальной проекции фронтали. Графическое решение задачи 3 приведено на рис. 2.1.3.

Алгоритм графического решения:

1. Проведем в ΔABC фронталь **A2** (на чертеже это проекции **A₁2₁** и **A₂2₂**) и горизонталь **B1** (на чертеже это **B₁1₁** и **B₂1₂**).

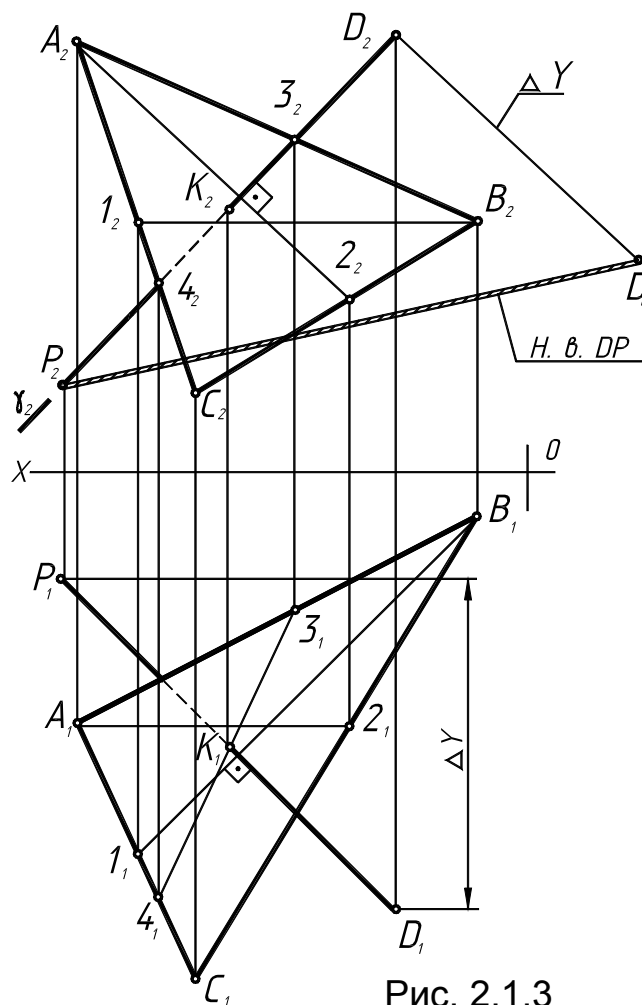


Рис. 2.1.3

2. Проведем из D_2 фронтальную проекцию перпендикуляра, а из D_1 - горизонтальную, так как это показано на рис. 2.1.3.

3. Определим основание перпендикуляра для чего решим задачу по определению точки пересечения прямой с плоскостью ΔABC . С этой целью заключим перпендикуляр во фронтально-проецирующую плоскость γ , найдем линию ее пересечения с ΔABC (это $3_1 4_1$ и $3_2 4_2$) и отметим проекции найденной точки K (K_1 и K_2).

4. Построим проекции точки P отложив величину DK от точки K по направлению перпендикуляра от плоскости ΔABC . После этого определим действительную величину отрезка DP способом «прямоугольного треугольника». Затем решим видимость, на чертеже используя конкурирующие точки скрещивающихся прямых.

Задача 4. Дано: плоскость ΔABC . Построить плоскость ΔNTR параллельного ΔABC на расстоянии 25 мм и расположенного выше ΔABC . Решить видимость.

Две плоскости параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости. На чертеже две прямые параллельны, если параллельны их **одноименные** проекции. Плоскость ΔNTR параллельного ΔABC располагается на заданном расстоянии, которое определяется перпендикуляром. На чертеже прямая перпендикулярна плоскости, если ее горизонтальная проекция перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали, а фронт-

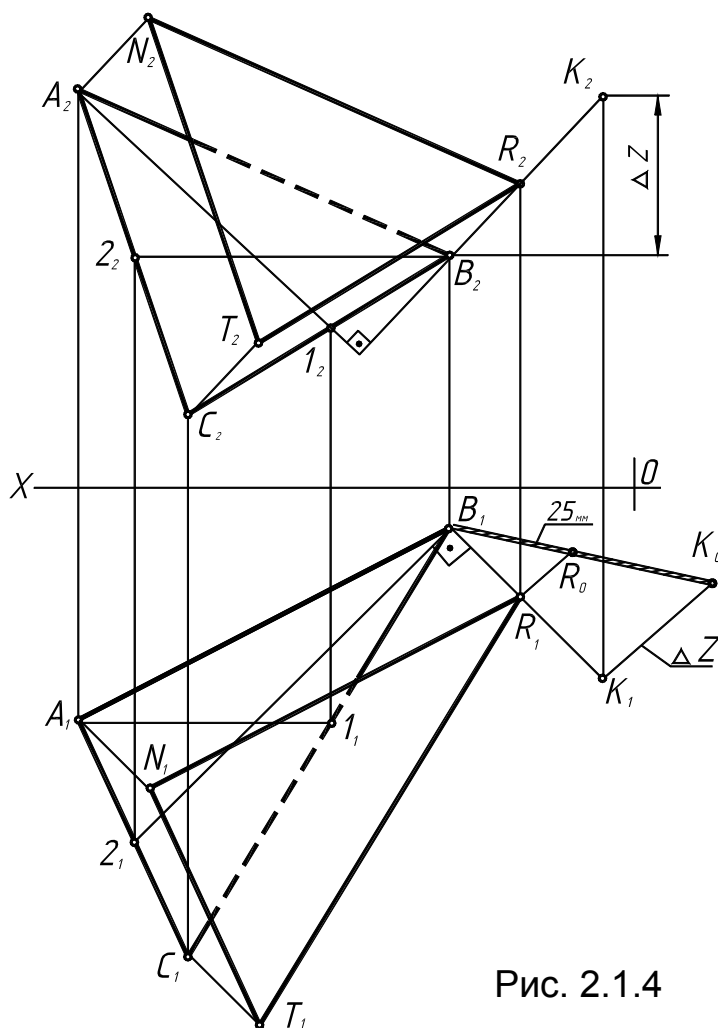


Рис. 2.1.4

тальная проекция перпендикулярна фронтальной проекции фронтали. Графическое решение задачи 4 приведено на рис. 2.1.4.

Алгоритм графического решения:

1. Проведем в ΔABC фронталь **A1** (на чертеже это проекции **A₁1₁** и **A₂1₂**) и горизонталь **B2** (на чертеже это проекции **B₁2₁** и **B₂2₂**).

2. Построим из **B₂** фронтальную проекцию перпендикуляра, а из **B₁** - горизонтальную, так как это показано на рис. 2.1.4. Ограничим его величину произвольной точкой **K** (на чертеже это **K₁** и **K₂**) расположенной выше ΔABC в соответствии с условием задачи. Выше означает, что координата **Z** точки **K** больше, чем у точки **B**.

3. Определим действительную величину отрезка **BK** (**B₁K₁** и **B₂K₂**) способом «прямоугольного треугольника». На гипотенузе **B₁K₀** отложим от точки **B** заданную величину расстояния между плоскостями, ограничив его точкой **R₀** и найдем её проекции.

4. Через проекции **R₁** и **R₂** проведем прямые плоскости ΔNTR параллельного ΔABC . Решим видимость проекций треугольников.

Задача 5. Дано: плоскость ΔABC и точка **D**. Определить действительную величину угла наклона прямой **DC** к плоскости ΔABC .

Действительная величина угла φ между прямой **DC** и плоскостью ΔABC определяется линейным углом между отрезком прямой **DC** и её проекцией на плоскость ΔABC . Графическое решение приведено на рис. 2.1.5

$$D \bullet \Delta Y$$

Алгоритм графического решения:

1. Проведем в ΔABC фронталь **A2** и горизонталь **B1** (на чертеже это **A₁2₁**; **A₂2₂**; **B₁2₁**; **B₂2₂**).

2. Построим из **D₂** фронтальную проекцию перпендикуляра, а из **D₁** - горизонтальную, так как это показано на рис. 2.1.5.

3. Определим основание перпендикуляра. Для этого решим задачу по определению точки пересечения прямой с плоскостью ΔABC . С этой целью заключим перпендикуляр во фронтально-проецирующую плоскость γ , найдем линию ее пересечения с ΔABC (это $3_1 4_1$ и $3_2 4_2$) и отметим проекции найденной точки K (K_1 и K_2).

4. В прямоугольном ΔKDC искомый угол находится при вершине C . Чтобы его измерить следует, определив действительную величину катетов способом «прямоугольного треугольника», построить дополнительно ΔKDC и измерить угол наклона DC к плоскости ΔABC .

Задача 6. Дано: плоскость ΔABC и точка D . Построить ΔDMK с условием, что точка P симметрична D относительно плоскости ΔABC , а точка M не принадлежит ΔABC . Найти линию пересечения ΔDMP и ΔABC . Решить видимость.

Точка P симметричная точке D относительно плоскости ΔABC располагается на прямой перпендикулярной данной плоскости. На чертеже прямая перпендикулярна плоскости, если ее горизонтальная проекция перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали, а фронтальная проекция перпендикулярна фронтальной проекции фронтали. Точку M следует выбрать вне проекций ΔABC . Графическое решение задачи 6 приведено на рис. 2.1.6.

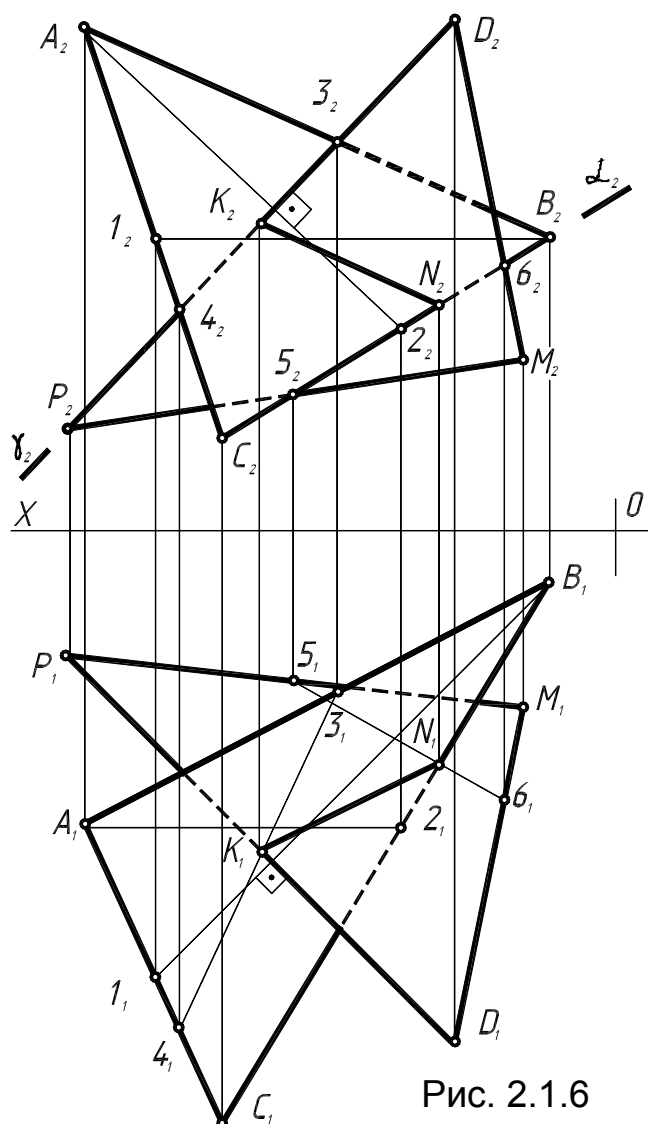


Рис. 2.1.6

Алгоритм графического решения:

1. Проведем в ΔABC фронталь A_2 и горизонталь B_1 (на чертеже это A_12_1 ; A_12_1 ; B_11_1 ; B_21_2).

2. Проведем из D_2 фронтальную проекцию перпендикуляра, а из D_1 - горизонтальную, так как это показано на рис. 2.1.6.

3. Определим основание перпендикуляра. Для этого решим задачу по определению точки пересечения прямой с плоскостью ΔABC . С этой целью заключим перпендикуляр во фронтально-проецирующую плоскость γ , найдем линию ее пересечения с ΔABC (это 3_14_1 и 3_24_2) и отметим проекции найденной точки K (K_1 и K_2).

4. Построим проекции точки P отложив величину DK от точки K по направлению перпендикуляра от плоскости ΔABC . После этого выберем проекции точки M так, чтобы она не принадлежала ΔABC .

5. Чтобы построить линию пересечения двух треугольников следует найти две точки, так как ранее найденная точка K является общей для двух треугольников, то определим еще одну как пересечение с BC . Для этого заключим сторону BC во фронтально-проецирующую плоскость посредник α и определим точку N так же как в п. 3 этой задачи.

6. Обведем KN основной линией и решим видимость на чертеже, используя правило конкурирующих точек для скрещивающихся сторон треугольников.

Задача 7. Дано: координаты вершин треугольника ΔABC . Построить следы параллельной плоскости, отстоящей от плоскости треугольника ΔABC на расстоянии 30 мм.

Две плоскости параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости. На чертеже две прямые параллельны, если параллельны их одноименные проекции. Следы плоскости параллельной ΔABC должны располагаться на заданном расстоянии, которое определяется перпендикуляром. На чертеже прямая перпендикулярна плоскости, если ее горизонтальная проекция перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали, а фронтальная проекция перпендикулярна фронтальной проекции фронтали. Графическое решение задачи 7 приведено на рис. 2.1.7.

Алгоритм графического решения:

1. Проведем в ΔABC фронталь **A1** и горизонталь **B2** (на чертеже это проекции A_12_1 ; A_22_2 ; B_11_1 ; B_21_2).

2. Построим из B_2 фронтальную проекцию перпендикуляра, а из B_1 - горизонтальную, так как это показано на рис. 2.1.7. Ограничим его величину произвольной точкой **K** (на чертеже K_1 и K_2).

3. Определим действительную величину отрезка **BK** (B_1K_1 и B_2K_2) способом «прямоугольного треугольника». После этого на гипотенузе B_1K_0 отложим от проекции B_1 заданную величину расстояния между плоскостями, ограничив его точкой **R** и найдем её проекции.

4. Через точку **R** проведем горизонталь и фронталь новой плоскости, а затем построим фронтальный след горизонтали. Для этого продлим ее горизонтальную проекцию до оси, а из точки пересечения с осью проведем линию связи до пересечения с продолжением фронтальной проекцией горизонтали. После этого проведем фронтальный и горизонтальный следы плоскости **T** параллельно горизонтальной проекции горизонтали и фронтальной проекции фронтали.

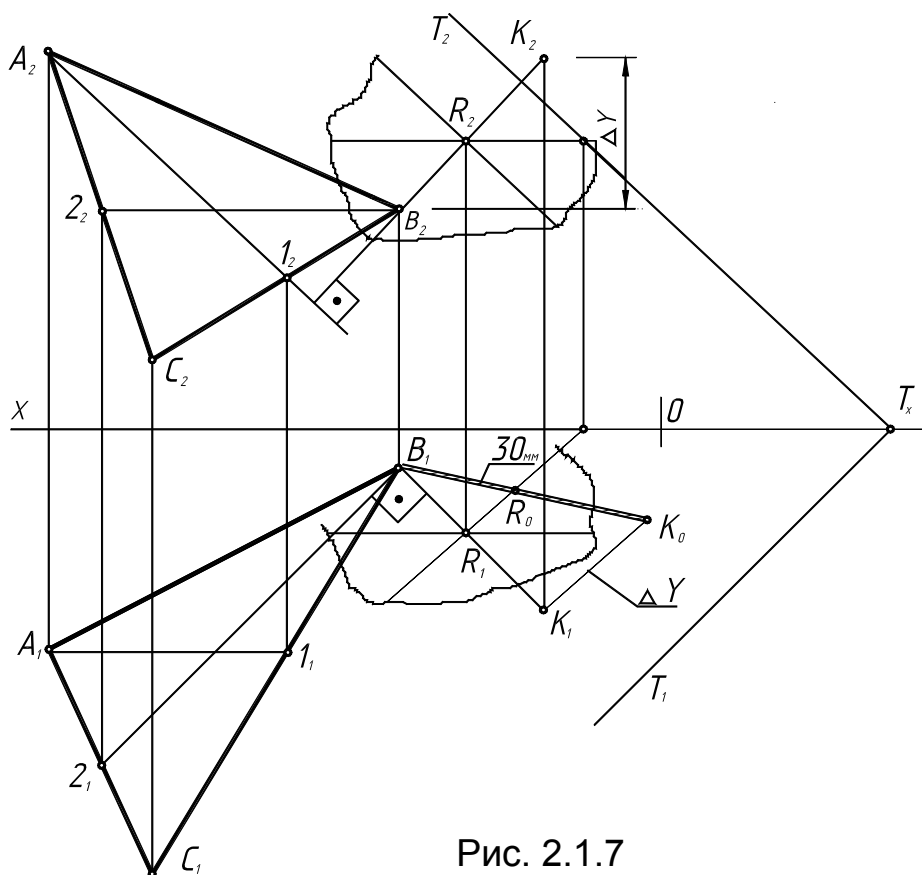
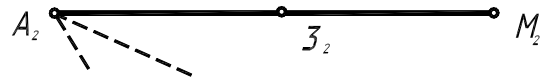


Рис. 2.1.7

Задача 8. Дано: координаты вершин ΔABC . Построить плоскость, проходящую через вершину треугольника **A**, перпендикулярную стороне **BC**. Плоскость задать ΔAMN . Определить линию пересечения плоскостей ΔABC и ΔAMN . Решить видимость.

Две плоскости перпендикулярны, если одна из них содержит перпендикуляр к другой. Из условия задачи понятно, что **ВС** является перпендикуляром к плоскости, которую следует провести. Поэтому новую плоскость зададим фронталью и горизонталью, так как известно, что на чертеже прямая перпендикулярна плоскости, если ее горизонтальная проекция перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали, а фронтальная проекция перпендикулярна фронтальной проекции фронтали. Графическое решение задачи 8 приведено на рис. 2.1.8.

Алгоритм графического решения:



1. Через вершину **A** проведем фронтальную проекцию горизонтали параллельно оси, а горизонтальную проекцию проведем перпендикулярно стороне **BC** и ограничим проекции точкой **M** (на чертеже это **M₁** и **M₂**).

2. Проведем через вершину **A** фронталь и ограничим ее точкой **N** (на чертеже **A₁N₁** и **A₂N₂**).

3. Поскольку точка **A** общая по условию для **Δ ABC** и **Δ AMN**, то для построения линии пересечения определим еще одну точку. Для этого заключим прямую **BC** в горизонтально-проецирующую плоскость посредник **R**. Найдем проекции линии пересечения **2 3** (на чертеже **2₁3₁** и **2₂3₂**) и отметим проекции точки **K**.

4. **AK** искомая линия пересечения **Δ ABC** и **Δ AMN**. Обведем **AK** основной линией и решим видимость на чертеже, используя правило конкурирующих точек для скрещивающихся сторон треугольников.

2.2. Преобразование проекций

Задание 2. Выполнить на листе формата А3 три задачи из рассмотренных ниже.

Цель задания: получить навыки решения задач по теме «Преобразование проекций».

Методические указания к решению задач

Задача 1. Определить расстояние от вершины **S** пирамиды до основания **Δ ABC** способом замены плоскостей проекций.

Расстояние от точки до плоскости измеряется величиной перпендикуляра опущенного из точки **S** на плоскость **Δ ABC**. Задачу следует решить способом замены плоскостей проекций. Графическое решение задачи 1 приведено на рис. 2.2.1.

Алгоритм графического решения:

1. Расстояние от вершины пирамиды **S** до основания на чертеже можно определить, если спроецировать **Δ ABC** на новую плоскость так, что он займет проецирующее положение. Проведем в треугольнике **ABC** горизонталь **B1** (на чертеже это **B₁1₁** и **B₂1₂**).

2. Выберем новую ось **X₁** плоскости **Π₄** ⊥ горизонтальной проекции горизонтали **B₁1₁**. Затем из каждой точки горизонтальной проекции пирамиды проведем линии связи и отложим на них от оси **X₁** соответствующую координату **Z** каждой точки. Получим новую проекцию **Δ A₄B₄C₄** и точки **S₄**.

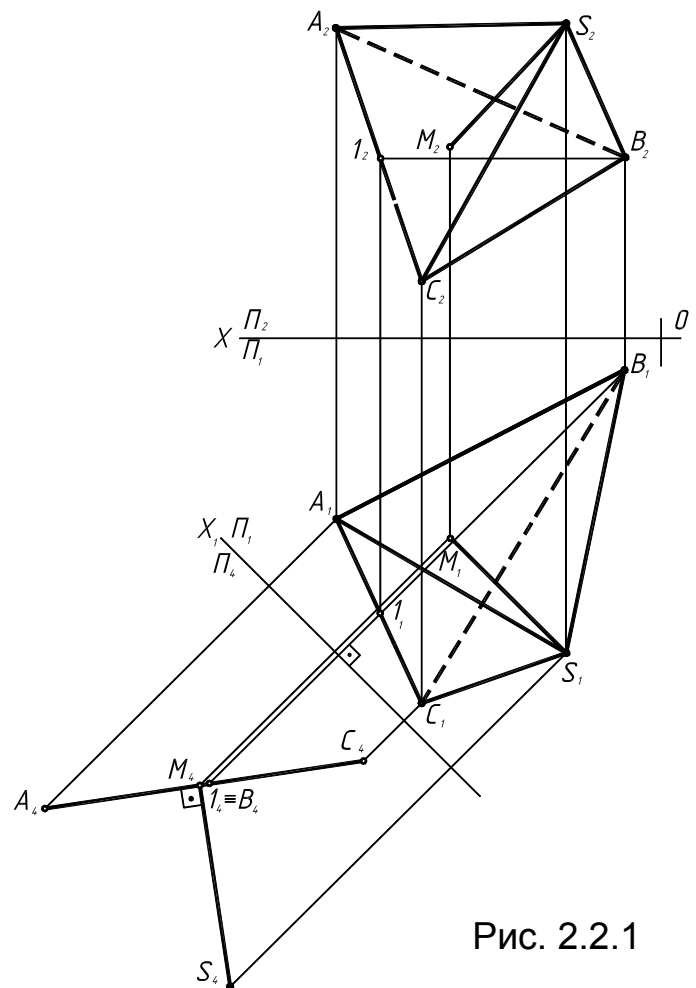


Рис. 2.2.1

3. Опустим из S_4 перпендикуляр и в основании отметим точку M_4 . Получим проекцию S_4M_4 , которая и является натуральной величиной расстояния от S до плоскости ΔABC .

4. Возвратим точку M в исходное условие задачи. Для этого проведем горизонтальную проекцию SM параллельно оси X_1 (так как знаем, что S_4M_4 натуральная величина расстояния) и спроецируем на неё точку M (получим проекцию M_1). Фронтальную проекцию точки M получим, если на линии связи от оси X отложим расстояние от проекции M_4 до оси X_1 (это координата Z).

Задача 2. Определить действительную величину грани SAB пирамиды плоскопараллельным перемещением.

Действительную величину грани SAB можно определить, если расположить плоскость параллельно плоскости проекций. Для решения применим способ плоскопараллельного перемещения, при котором точки перемещаются в плоскостях параллельных плоскостям проекций. Графическое решение задачи 2 приведено на рис. 2.2.2.

Алгоритм графического решения:

1. Проведем в грани SAB пирамиды фронталь A_1 (A_11_1 и A_21_2 на чертеже).

2. Действительную величину фронтали вместе с проекцией $S_2A_2B_2$ переместим так, чтобы A_21_2 заняла проецирующее положение (при этом геометрическая величина проекции не изменяется). Каждая точка перемещается без изменения координаты

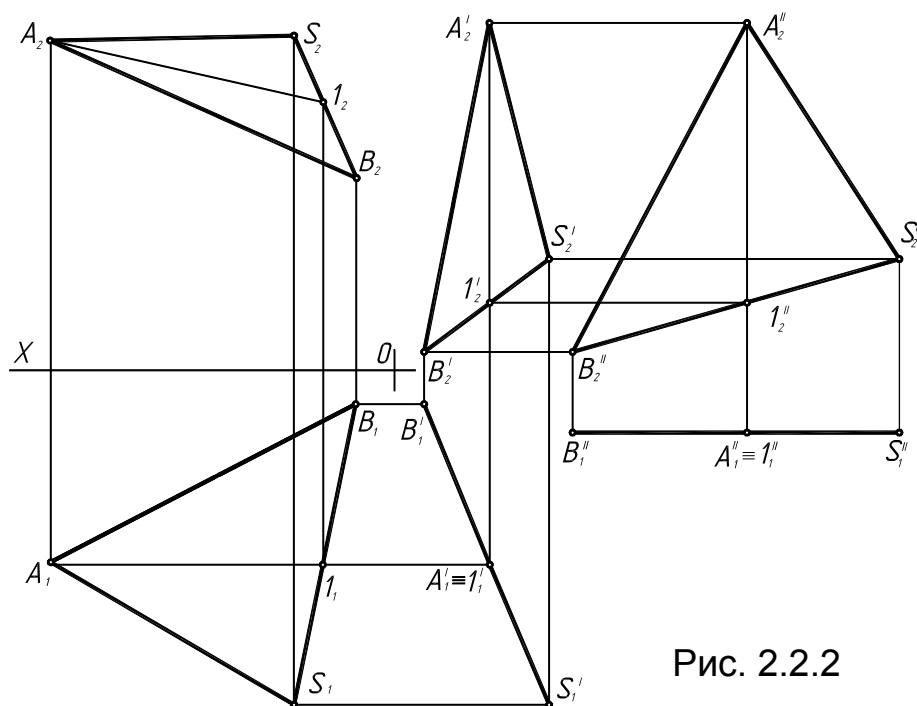


Рис. 2.2.2

наты **Y**, т.е. в плоскости параллельной фронтальной плоскости проекций (следы этих плоскостей совпадают с линиями связи).

3. Определим горизонтальную проекцию треугольника в новом положении, который спроецировался в линию.

4. Выполним еще одно перемещение так, чтобы горизонтальная проекция **SAB** заняла положение фронтального уровня. При этом координата **Z** каждой точки не изменяется. Найдем по линиям связи фронтальную проекцию, которая и будет натуральной величиной грани **SAB**.

Задача 3. Определить действительную величину грани пирамиды **SAB** вращением вокруг линии уровня.

Способ вращения вокруг линии уровня позволяет повернуть грань **SAB** так, чтобы она заняла положение уровня и спроецировалась в натуральную величину на одну из плоскостей проекций и одновременно на другую в виде линии параллельной оси **X**. Графическое решение задачи 3 приведено на рис. 2.2.3.

Алгоритм графического решения:

1. Проведем в плоскости грани **SAB** фронталь **A1** (на чертеже это **A₁1₁** и **A₂1₂**), которую определим как ось вращения **i** (на чертеже это проекции **i₁** и **i₂**).

2. Построим плоскости вращения точек **S** и **B** перпендикулярно оси вращения. На чертеже это следы **W₂** и **G₂**, которые, пересекаясь с осью **i₂**, определяют центры вращения точек **S** и **B**.

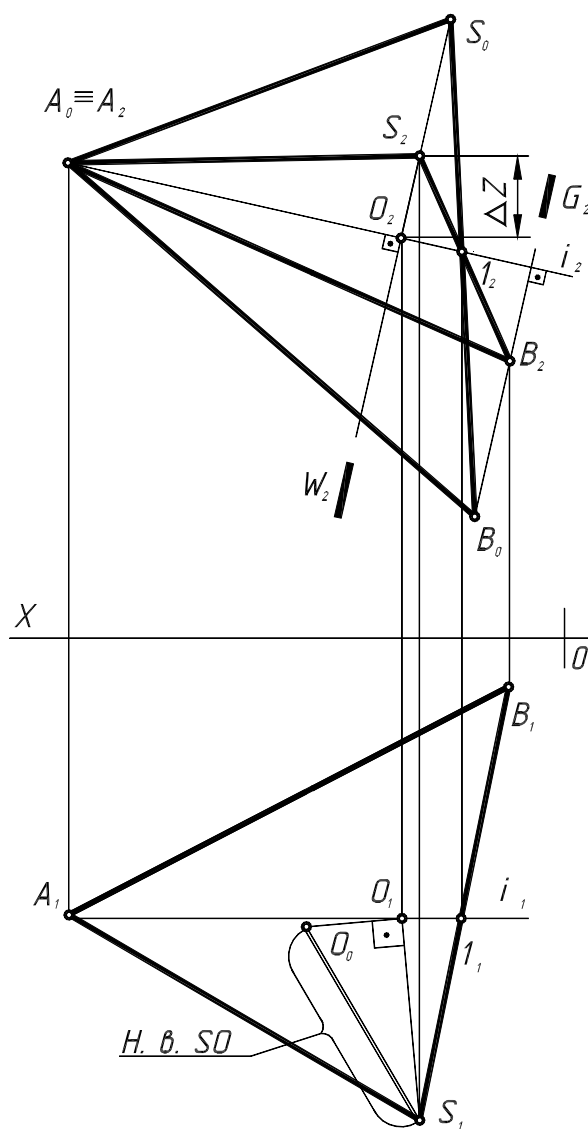


Рис. 2.2.3

3. Определим действительную величину радиуса вращения точки **S** способом прямоугольного треугольника, где получим **SO** в натуральную величину.

4. Отложим натуральную величину **SO** на фронтальной проекции **W₂** от **O₂**. Учитывая то, что при вращении точки **A** и **1** остаются на оси, проведем проекцию **S₀A₀B₀** как показано на рис. 2.2.3. Эта проекция является действительной величиной грани **SAB**.

Задача 4. Определить величину угла наклона ребра пирамиды **SA** к основанию **ABC** способом замены плоскостей проекций.

Действительная величина угла φ между прямой **SA** и плоскостью **ABC** определяется линейным углом между **SA** и её проекцией на плоскость **ABC**. Задачу по условию решим способом замены плоскостей проекций, определив действительную величину прямоугольного треугольника, образованного стороной **SA**, перпендикуляром, опущенным из точки **S** на плоскость **ABC** и проекцией **SA** на **ABC**. Графическое решение приведено на рис. 2.2.4.

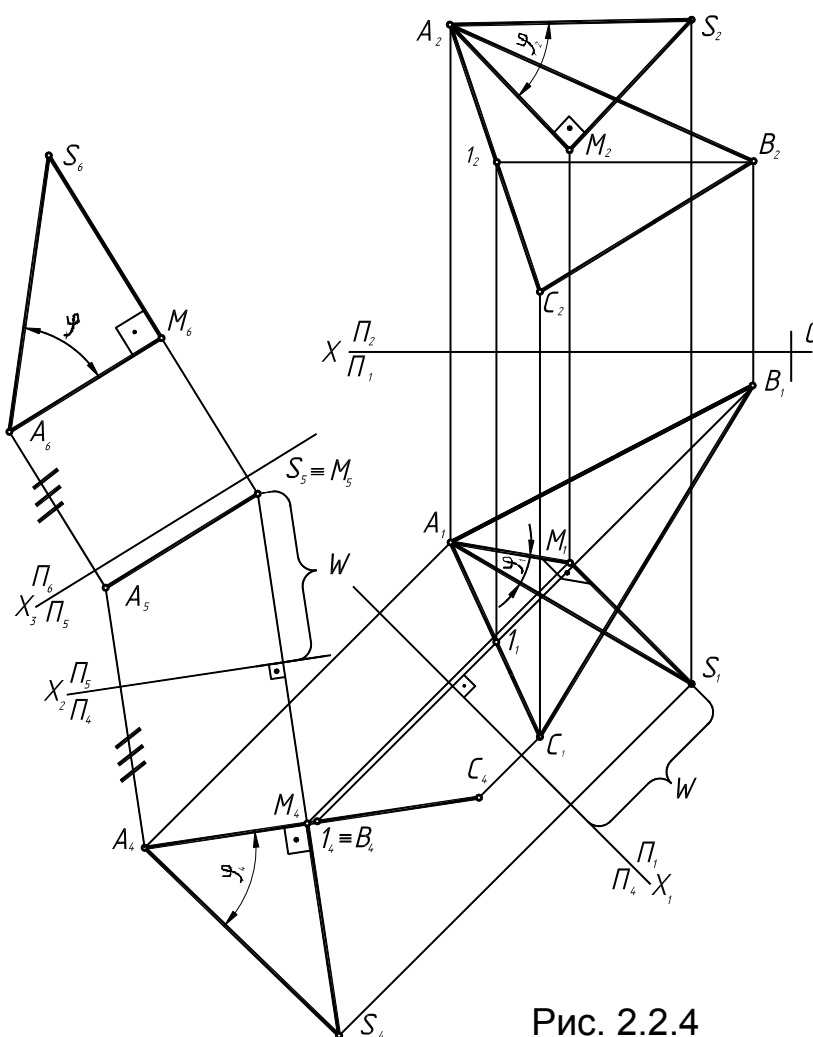


Рис. 2.2.4

Алгоритм графического решения:

1. На чертеже получить проекцию **SA** на основание **ABC** можно, если спроецировать на новую плоскость **ABC** так, что он займет проецирующее положение. Проведем в плоскости **ABC** горизонталь **B1** (на

чертеже это B_11_1 и B_21_2) и выберем ось X_1 плоскости Π_4 перпендикулярно горизонтальной проекции горизонтали B_11_1 . Затем из каждой точки горизонтальной проекции A, B, C, S проведем линии связи и отложим на них от оси X_1 соответствующую координату Z каждой точки. Получим новую проекцию $\Delta A_4B_4C_4$ и точки S_4 .

2. Опустим из S_4 перпендикуляр на плоскость $A_4B_4C_4$ и отметим проекцию основания перпендикуляра M_4 . В $\Delta A_4S_4M_4$ проекция угла φ не является натуральной величиной.

3. Выполним дальнейшие преобразования, так чтобы определить действительную величину ΔASM . Зная, что S_4M_4 линия уровня (так как S_1M_1 параллельна X_1), выберем новую ось X_2 плоскости Π_5 перпендикулярно S_4M_4 . Спроецируем на плоскость Π_5 ΔASM так как это показано на рис. 2.2.4. Получим проекцию этого треугольника в виде линии.

4. Параллельно проекции $\Delta A_5S_5M_5$ выберем новую плоскость Π_6 , задав для этого X_3 . Спроецируем на Π_6 этот треугольник, откладывая координаты точек от оси X_3 по линиям связи, величину которых измерим от A_4, S_4, M_4 до X_2 . Соединив полученные точки $A_6S_6M_6$ определим действительную величину ΔASM и угла φ .

Задача 5. Определить действительную величину двугранного угла φ при ребре SB пирамиды $SABC$ способом вращения вокруг проецирующей оси.

Двугранный угол будет изображен в действительную величину на плоскости проекций, если ребро SB займет проецирующее положение по отношению к ней. Графическое решение приведено на рис. 2.2.5.

Алгоритм графического решения:

1. Выберем горизонтально проецирующую ось i , проходящую через точку B и повернем угол $SABC$ так чтобы ребро SB заняло положение уровня (см. рис. 2.2.5). Каждая точка двугранного угла $SABC$ будет перемещаться в плоскости перпендикулярной оси вращения. На чертеже эти плоскости на фронтальной проекции совпадут с линиями связи, а на горизонтальной изобразятся окружностями, центры которых совпадут с горизонтальной проекцией оси. Здесь следует учитывать то, что горизонтальная проекция двугранного угла не изменит своей геометрической

величины при вращении вокруг оси перпендикулярной горизонтальной плоскости проекций.

2. Построение начнем с того, что проведем параллельно оси **X** новое положение ребра **SB**, а затем из проекций **S₁**, **A₁**, **C₁** проведем окружности (зная, что центр каждой совпадает с **i₁**), по которым они будут перемещаться. Отметим новое положение **S'₁B'₁** и замерив расстояние от **S₁** до **A₁** отложим его засечкой на окружности, по которой перемещается проекция. Отметим проекцию **A'₁**. Аналогично определится проекция **C'₁**. Затем найдем фронтальную проекцию **S'₂A'₂B'₂C'₂**.

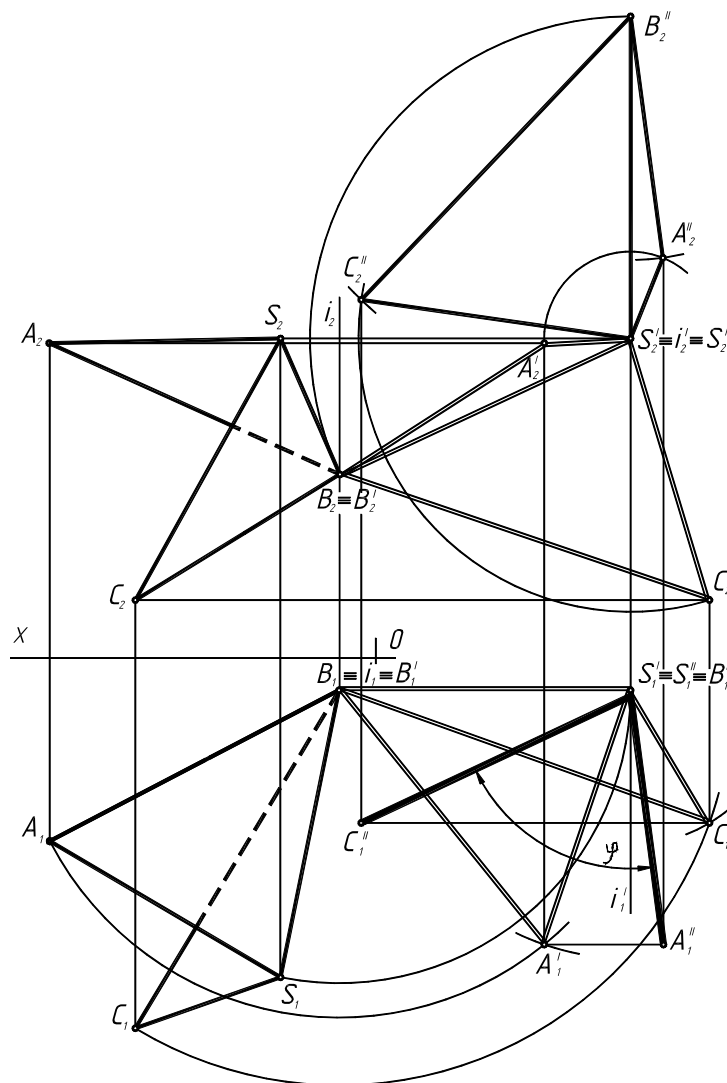


Рис. 2.2.5

3. Чтобы ребро **SB** заняло проецирующее положение, выполним еще одно перемещение, расположив **SB** перпендикулярно фронтальной плоскости проекций. Для этого выберем новую ось **i'** совпадающую с **S'₂** и занимающую фронтально-проецирующее положение. Вращением расположим **S'₂B'₂** перпендикулярно **П₁**, отметив проекцию **S''₂B''₂**. Построим проекции **A''₂**, **C''₂** используя засечки. Определим на линиях связи проекцию **S''₂A''₂B''₂C''₂** двугранного угла и отметим величину угла **φ**.

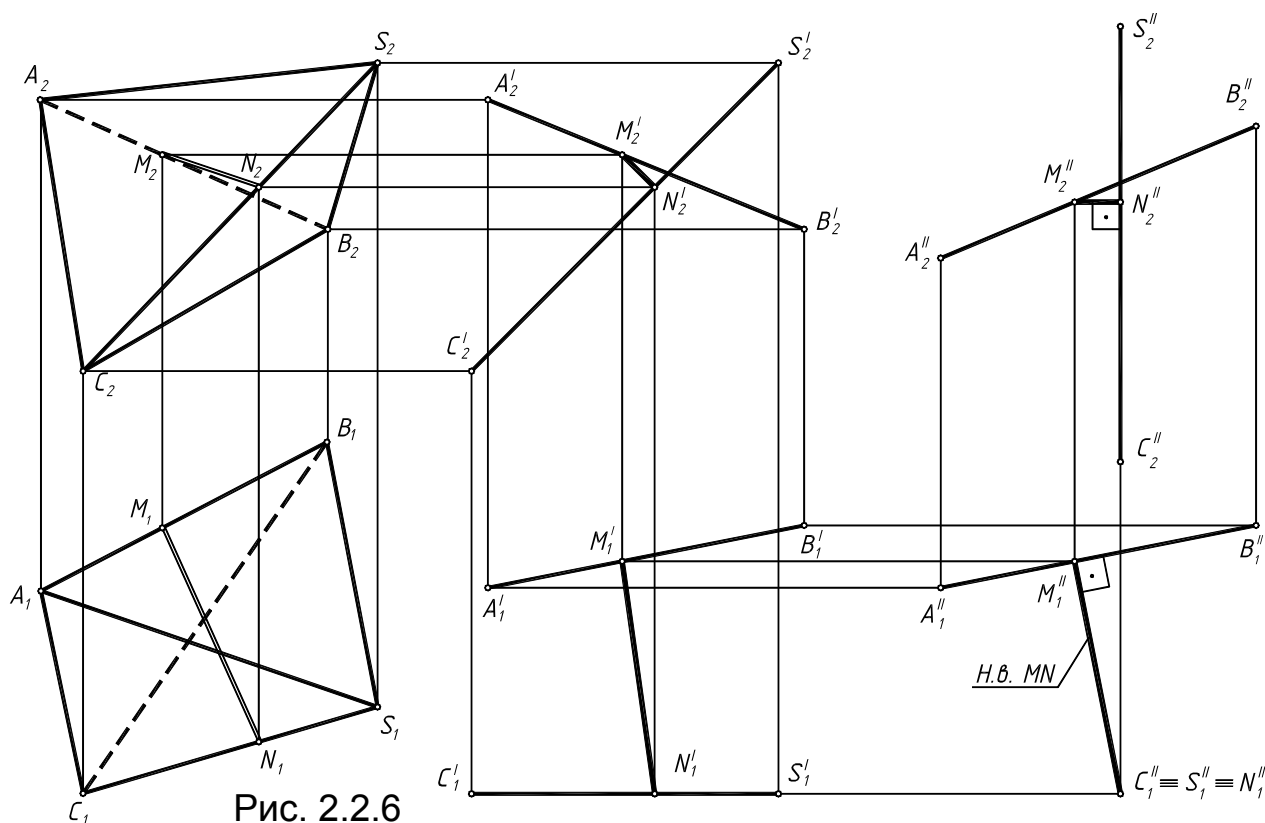
Задача 6. Определить действительную величину расстояния между двумя скрещивающимися ребрами **SC** и **AB** пирамиды способом плоскопараллельного перемещения.

Действительную величину расстояния между двумя скрещивающимися ребрами **SC** и **AB** пирамиды **SABC** можно определить, если расположить **SC** в проецирующем положении. Для решения дважды

применим способ плоскопараллельного перемещения, при котором точки перемещаются в плоскостях параллельных плоскостям проекций. Графическое решение задачи 6 приведено на рис. 2.2.6.

Алгоритм графического решения:

1. Выполним плоскопараллельное перемещение точек **SC** и **AB**. При этом координата **Z** не изменяет своей величины, а значит, точки пе-



ремещаются в плоскостях параллельных горизонтальной плоскости проекций и их следы совпадают с линиями связи. Горизонтальную проекцию **SC** расположим параллельно плоскости **П₂**. Проекции точек **A₁** и **B₁** найдем с помощью засечек, измеряя расстояние от них до проекций **S₁** и **C₁**. При этом помним, что перемещаемая проекция не меняет своей геометрической величины. Таким образом, по линиям связи построим и фронтальную проекцию **S₂C₂** и **A₂B₂**.

2. Следующее перемещение выполним с условием, что **SC** займет горизонтально – проецирующее положение. В этом случае **S''₁ ≡ C''₁** и расстояние измерим величиной перпендикуляра, опущенного из точки **N''₁ ≡ S''₁ ≡ C''₁** на прямую **A''₁B''₁**, где отметим точку **M''₁**. Вернем расстояние **M''₁N''₁** в исходное условие задачи, выполнив построения в обратном порядке, как это приведено на рис. 2.2.6.

2.3. Поверхность и плоскость. Развертки

Задание 3. Решить задачи:

1. Построить проекции линии пересечения поверхности плоскостью. Решить видимость.
2. Определить действительную величину сечения любым способом.
3. Построить полную развертку боковой поверхности и нанести линию сечения.

Цель задания: получить навыки решения задач по теме «Поверхность и плоскость. Развертки».

Методические указания к решению задач

Задача 1 и 2. Построить проекции линии пересечения поверхности плоскостью. Решить видимость. Определить действительную величину сечения любым способом.

В условии такой задачи могут быть заданы различные поверхности и плоскости, поэтому рассмотрим решение нескольких характерных для данного типа – это гранные и кривые поверхности, пересекаемые плоскостями общего и частного положения. Приведем пример 1 и 2.

Среди кривых поверхностей особое место занимают конические поверхности, так как они служат носителем различных линий пересечения поверхности плоскостью: окружности, эллипса, параболы, гиперболы и треугольника или прямой. Перечисленные линии могут быть получены в результате пересечения конической поверхности с плоскостью. Изменяя угол наклона секущей плоскости к оси конической поверхности, меняется характер линии их пересечения. Графическое решение приведено на рис. 2.3.1, 2.3.2.

Пример 1. Построить линию пересечения трехгранной пирамиды **SABC** с фронтально–проецирующей плоскостью α . Определить натуральную величину сечения.

Алгоритм графического решения:

Решение поставленной задачи основано на свойстве проецирующих плоскостей, из которого очевидно, что фронтальная проекция линии пересечения плоскости α с пирамидой **SABC** должна принадлежать фронтальному следу плоскости. Поэтому достаточно отметить точки $1_2, 2_2, 3_2$, пересечения фронтальных проекций ребер пирамиды со следом данной плоскости. Горизонтальные

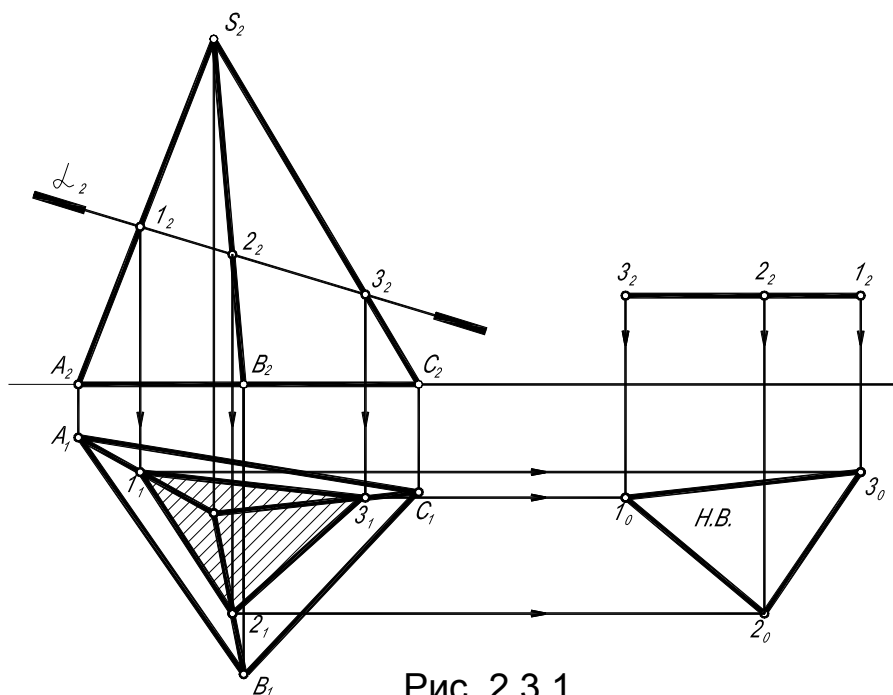


Рис. 2.3.1

проекции точек определяются на пересечении линий проекционной связи с горизонтальными проекциями соответствующих ребер.

В задаче 2 натуральную величину сечения можем определить любым из способов преобразования проекций. На рис. 2.3.1 использован способ плоскопараллельного перемещения.

Пример 2. Построить линию пересечения поверхности прямого кругового конуса с плоскостью частного положения. Графическое решение приведено на рис. 2.3.2.

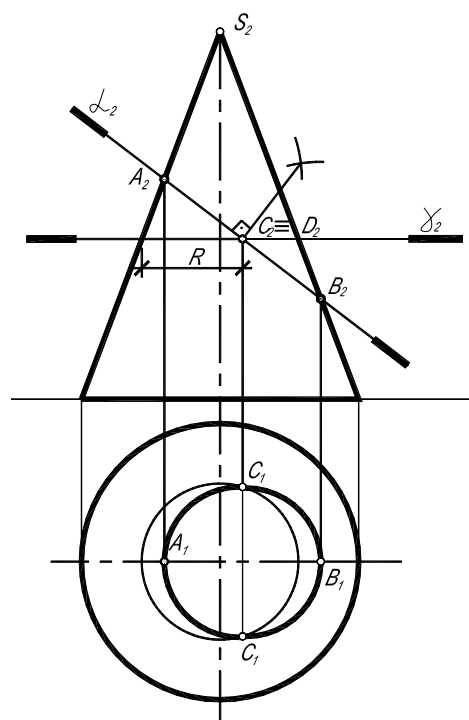


Рис. 2.3.2

Алгоритм графического решения:

1. Знаем, что если угол наклона плоскости α к оси конуса больше 90° , то искомая линия пересечения – эллипс. Если плоскость $\alpha \perp \Pi_2$, то большая ось эллипса

A_2B_2 будет проецироваться на фронтальную плоскость проекций без искажения, а малая ось эллипса C_2D_2 спроецируется на эту же плоскость проекций Π_2 в точку ($C_2 \equiv D_2$) расположенную в середине A_2B_2 .

2. Величину малой оси определим, если проведём через $C_2 \equiv D_2$ плоскости $\gamma // \Pi_1$. Далее из S_1 проведем окружность радиусом R и отметим точки C_1 и D_1 пересечения окружности с линией связи проведенной, из точек $C_2 \equiv D_2$. Зная большую и малую ось эллипса, строим искомую кривую эллипса, которую можно заменить построением четырехцентрового овала.

Задача 3. Построить развертку поверхности и нанести линию сечения. Графическое решение задачи 3 приведено на рис. 2.3.3, 2.3.4 а и б, 2.3.5, 2.3.6.

Разверткой называется плоская фигура, полученная совмещением поверхности без разрывов и складок с одной плоскостью.

Гранные поверхности являются развертывающимися. Кривая поверхность может быть развернута, если она является конической, цилиндрической, поверхностью с ребром возврата, но и тогда построенная развертка является приближенной. Это объясняется тем, что при развертывании кривой поверхности ее аппроксимируют поверхностями вписанных многогранников, имеющих грани в форме прямоугольников или треугольников. Поэтому при графическом выполнении развертки всегда приходится производить разгибание или спрямление кривых линий, принадлежащих поверхности, что приводит к потере точности.

Рассмотрим на **примерах 1, 2, 3, 4** способы построения развертки, которые условно названы: способ «треугольников», способ «нормального» (перпендикулярного) сечения, способ «раскатки».

Способ треугольников рекомендуется использовать для построения развертки пирамидальной и конической поверхности, два вторых - для призматических и цилиндрических поверхностей.

Пример 1. Построить полную развертку усеченной поверхности четырехгранной пирамиды способом треугольников. Графическое решение задачи приведено на рис. 2.3.3.

Алгоритм графического решения:

1. Построим проекции линии пересечения пирамиды с фронтально-проецирующей плоскостью γ это - $1_1 2_1 3_1$ и $1_2 2_2 3_2$.

2. Определим натуральную величину ребер пирамиды **SA**, **SB**, **SC** для чего повернем каждое ребро вокруг оси i , проходящей через вершину пирамиды **S**, до положения параллельного фронтальной плоскости проекций.

3. Построим развертку боковой поверхности всей пирамиды, представляющей собой плоскую фигуру, состоящую из треугольников - граней пирамиды. Для этого через произвольную точку **S** проводим прямую **C**. Откладываем на ней **SC** $\equiv$ **S₂C'₂**. Из точки **C** проводим дугу радиусом **C₁B₁**, а из точки **S** – дугу радиусом **S₂B'₂**. Пересечение дуг укажет положение вершины **B**. Δ **SCB** действительной величиной грани.

Аналогично находим точки **A** и **C**. Соединив точки **CABC** с точкой **S**, получим развертку боковой поверхности пирамиды **SABC**. Далее нанесем линию сечения, откладывая от точки **S** соответствующие отрезки: **S2** $\equiv$ **S₂2'₂**; **S1** $\equiv$ **S₂1'₂**; **S3** $\equiv$ **S'₂3₂**. Соединив точки **3, 1, 2, 3** получим развертку усеченной части боковой поверхности пирамиды.

Для получения полной развертки поверхности, оставшейся под плоскостью, достаточно пристроить натуральную величину сечения и основание пирамиды. Линии сгиба на развертке изобразим специальной штриховой линией, а контур разреза развертки – сплошной основной.

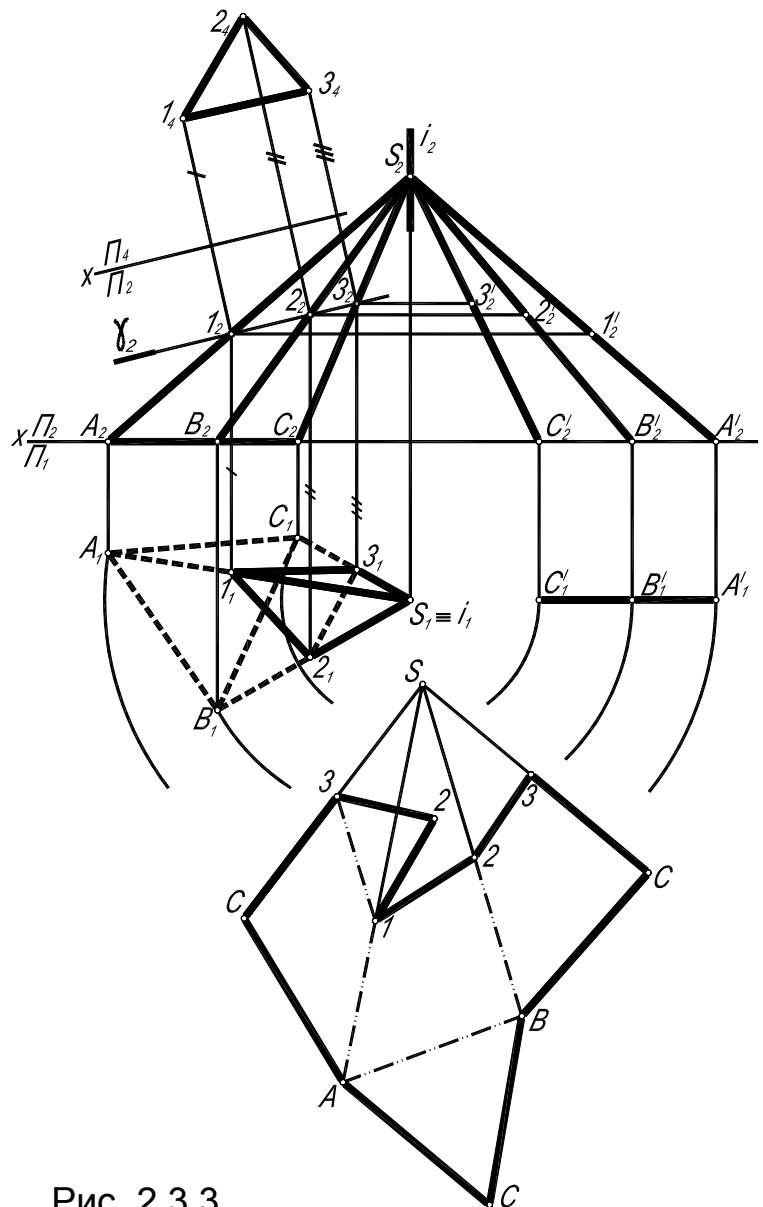


Рис. 2.3.3

Пример 2. Дано: поверхность конуса общего положения; плоскость α – фронтально-проецирующая. Определить: линию пересечения поверхности и плоскости α . Графическое решение задачи приведено на рис. 2.3.4 а и 2.3.4 б.

Алгоритм графического решения:

1. Учитывая свойство собирательности плоскости α , фронтальная проекция линии пересечения на чертеже будет принадлежать фронтальному следу плоскости α_2 в пределах очерка конуса, т.е. точки ($M_2, N_2, C_2, D_2, B_2, 14_2, \dots 21_2$). Плоскость α пересекает основание конуса, которое принадлежит плоскости проекций, поэтому точки линии сечения принадлежат линии основания на чертеже.

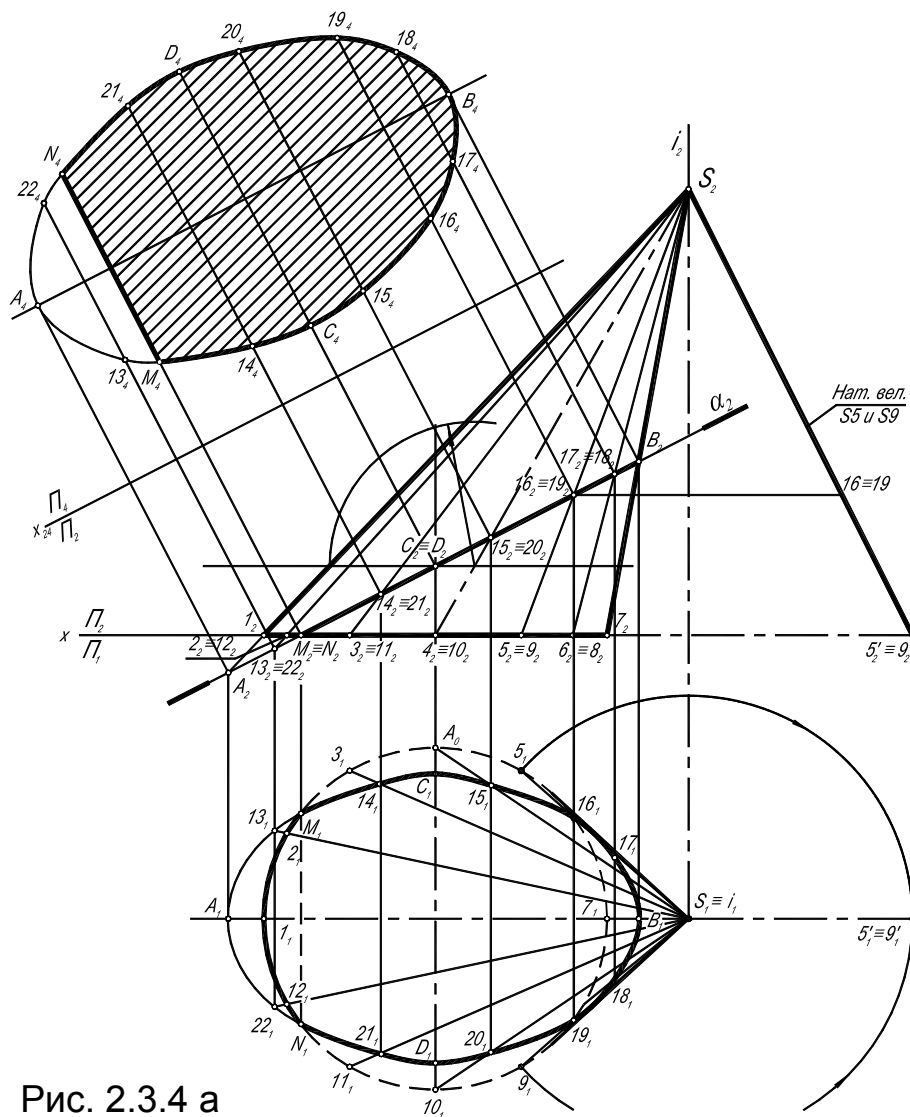


Рис. 2.3.4 а

2. Горизонтальную проекцию линии сечения определяем исходя из принадлежности всех точек поверхности конуса. Выделяем вначале характерные точки линии сечения ($M, N, B, 15, 20$), а затем все остальные. Каждая точка принадлежит поверхности, если она принадлежит проекциям соответствующей образующей конуса.

3. В данном примере натуральную величину линии сечения определяем способом замены плоскостей проекций (можно применять и дру-

гие возможные методы). Последовательность графического построения линии сечения детально представлено на рис. 2.3.4 а.

4. Для построения развёртки определяем ось вращения i (i_1, i_2) перпендикулярную Π_1 , которая проходит через вершину S (S_1, S_2) конуса. Вращением вокруг оси (построение показано на рис. 2.3.4 а) определяем натуральные величины образующих. Образующие $S1$ (S_11_1, S_21_2); $S7$ (S_17_1, S_27_2) представлены на чертеже в натуральную величину. На натуральных величинах образующих наносим точки линии сечения.

5. Способом треугольников строим полную развёртку поверхности конуса, который подробно описан в п. 3 алгоритма решения примера 1 и приведен на рис. 2.3.3. Далее наносим линию сечения, натуральные величины

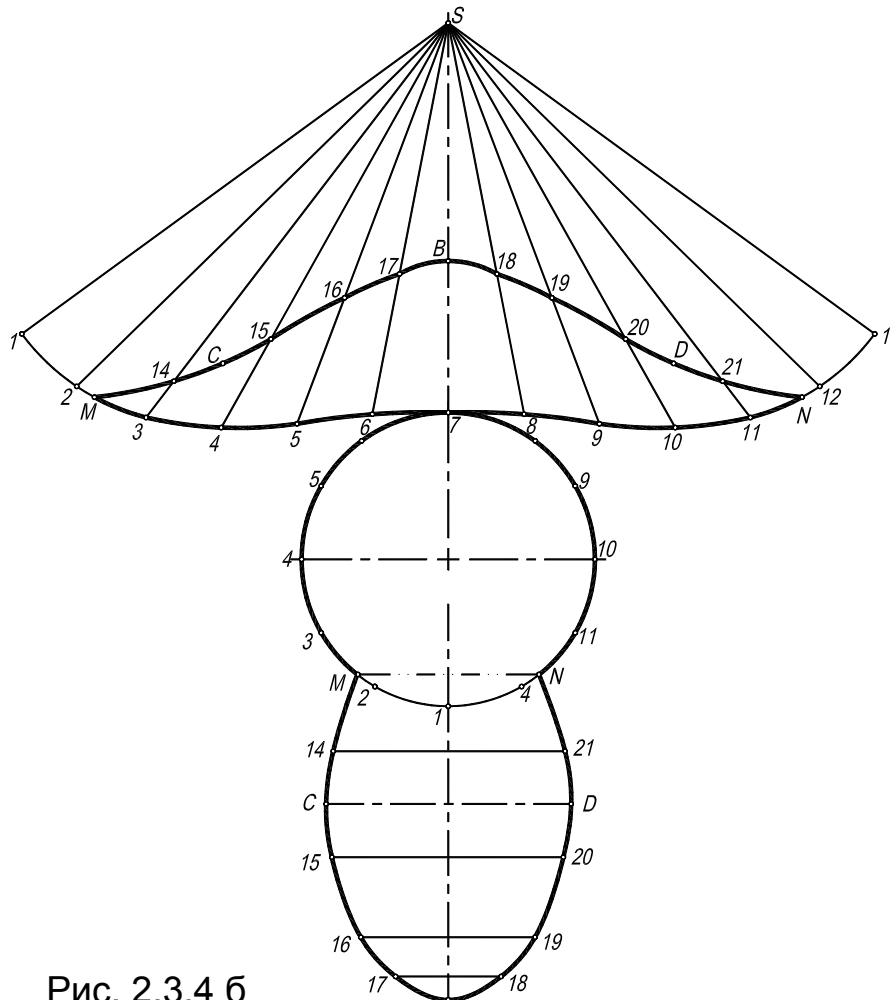


Рис. 2.3.4 б

сечения и основания. Выделяем усечённую часть поверхности. Построения показаны на рис. 2.3.4 б.

Пример 3. Построить линию пересечения наклонной трехгранной призмы с плоскостью α общего положения. Определить натуральную величину сечения и построить полную развёртку усеченной поверхности призмы способом нормального (перпендикулярного) сечения. Графическое решение задачи приведено на рис. 2.3.5.

Алгоритм графического решения:

1. Построим линию пересечения наклонной трехгранной призмы с плоскостью α . При пересечении основания призмы с α_1 получим точки на основании призмы **4₁** и **5₁**. Остальные точки линии сечения на ребрах **А** и **С** определяем используя способ «ребер», основанный на задаче по

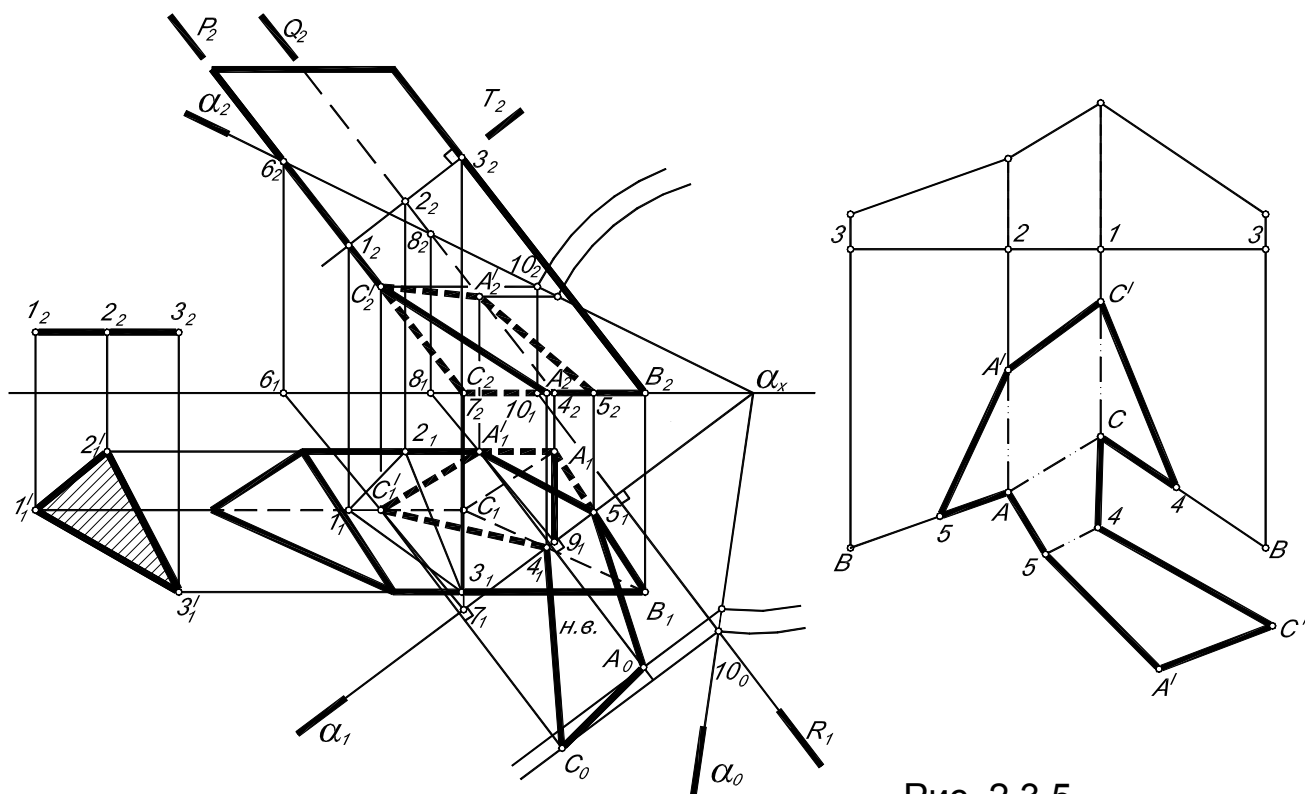


Рис. 2.3.5

определению точки пересечения прямой с плоскостью. Для этого заключаем их во вспомогательные фронтально – проецирующие плоскости и далее находим линию пересечения посредника с заданной плоскостью, а затем находим проекции точек пересечения найденных линий с ребрами. Соединим найденные точки и получим проекции линии сечения на чертеже это - **A'₁C'₁4₁5₁** и **A'₂C'₂4₂5₂**.

2. Определим натуральную величину сечения способом совмещения. След α_0 в совмещенном положении определяем, вращая вокруг α_1 . При этом α_x не изменяет положения. Отметим на α_2 точку **10₂**, горизонтальная проекция которой будет перемещаться в плоскости **R** перпендикулярно оси вращения α_1 . Из α_x проведем дугу радиусом $\alpha_x 10_2$. Отметим проекцию **10₀** на пересечении с **R₁**, которую соединим с α_x . Совмещенное положение плоскости α с Π_1 располагается между α_1 и **R₁**. Одно-

временно перемещались точки **A** и **C**, а точки **4** и **5** не изменяли свое положение оставаясь на оси.

3. Построим полную развертку усеченной части пирамиды, используя способ нормального (перпендикулярного) сечения. Проведем сечение перпендикулярно ребрам пирамиды. Отмечаем точки на каждом ребре $1_2 2_2 3_2$. Затем определяем действительную величину этого сечения, применяя способ плоскопараллельного перемещения. Располагаем $1_2 2_2 3_2$ в положение горизонтального уровня и находим горизонтальную проекцию $1_1 2_1 3_1$.

4. На произвольной прямой откладываем периметр натуральной величины нормального (перпендикулярного) сечения. Из полученных точек **1**, **2**, **3** проводим перпендикулярные линии, на которых откладываем величину ребер до верхнего и нижнего основания соответственно, учитывая то, что их фронтальная проекция – действительная величина. Соединив полученные точки, получим развертку боковой поверхности призмы. Нанесем точки принадлежащие линии сечения **A**, **B**, **4**, **5**. Построим натуральную величину основания и сечения. Изобразим линии сгиба, а контур развертки, по которому разрезаем, обведем основной линией см. рис. 2.3.5.

Пример 4. Построить проекции линии пересечения поверхности наклонного цилиндра и определить действительную величину сечения. Построить развертку боковой поверхности наклонного цилиндра способом раскатки и нанести линию сечения.

Построение развертки боковой поверхности способом называемым «раскатки» сводится к последовательному совмещению всех образующих цилиндрической поверхности с плоскостью. При этом происходит вращение образующих вокруг оси цилиндра в перпендикулярных ей плоскостях. Графическое решение задачи приведено на рис. 2.3.6.

Алгоритм графического решения:

1. Разделим основание цилиндра на 12 равных частей см. рис. 2.3.6. Из точек деления на двух проекциях проведем образующие, которые изображены в действительную величину на фронтальной проекции.

2. Построим проекции линии пересечения поверхности цилиндра с фронтально проецирующей плоскостью α . Отметим точки $1_2, 2_2 \equiv 8_2, 3_2 \equiv$

7₂, 4₂ ≡ 6₂, 5₂ и найдем их горизонтальные проекции, которые соединим плавной линией с учетом видимости.

Действительную величину сечения определим способом плоскопараллельного перемещения, расположив фронтальную проекцию сечения параллельно плоскости Π_1 .

3. Построение развертки начнем с того, что проведем из каждой точки на основание фронтальную проекцию плоскости вращения образующих перпендикулярно оси цилиндра.

Расстояние между точками на основании цилиндра заменяют здесь длину дуги. Измеряем это расстояние и начиная с точки **C₂** откладываем его на соответствующих линиях перемещения. Отмечаем **C, B, A, D, C**. Соединяем их плавной линией, построив таким образом линию нижнего основания. Линия верхнего основания **MLKNM** на развертке строится аналогично.

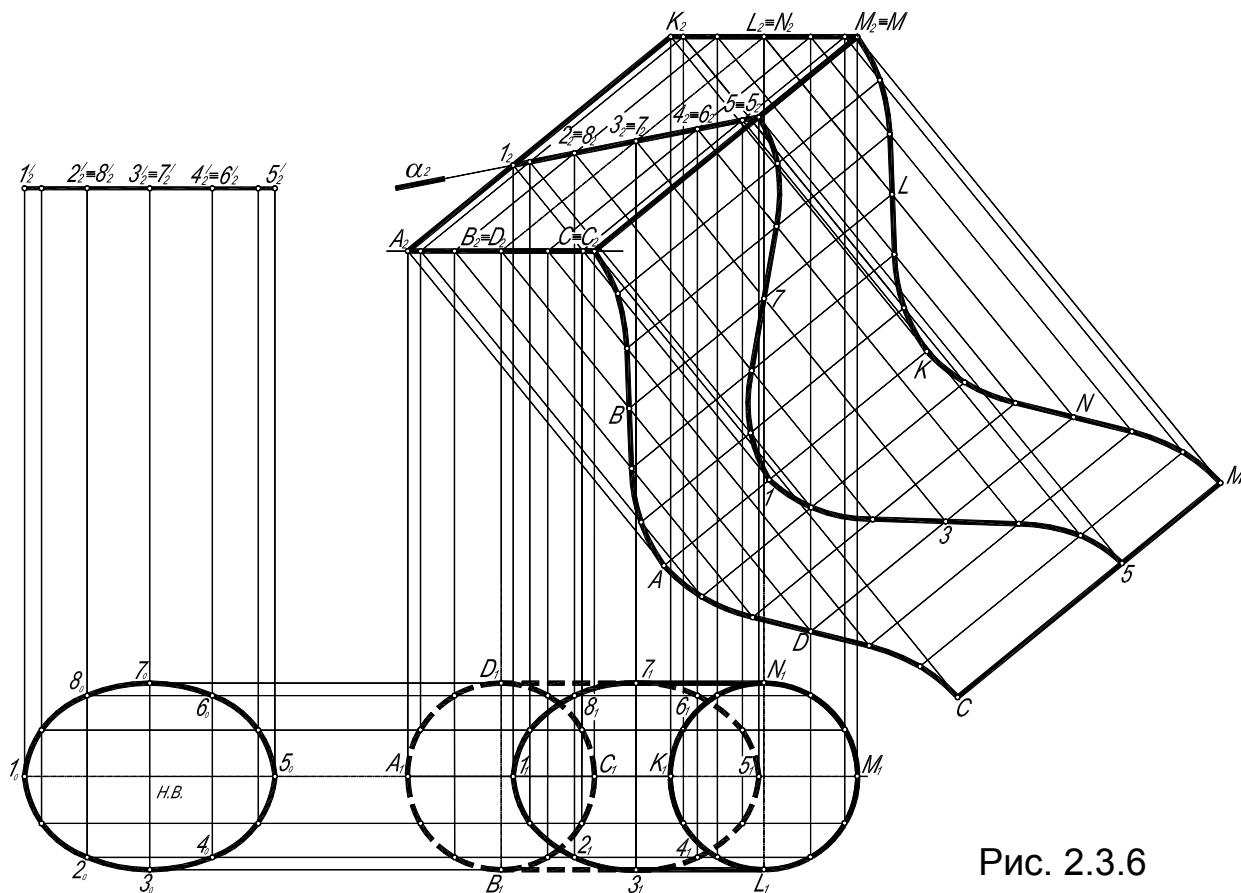


Рис. 2.3.6

4. Линию сечения на развертке наносим на соответствующие образующие, например $7 \equiv \mathbf{BL}$, с помощью линий перемещения перпендикулярных оси цилиндра. Отмечаем точки сечения и обведем их плавной линией, так как это показано на рис. 2.4.6.

2.4. Пересечение поверхностей

Задание 4. Построить проекции линии пересечения заданных поверхностей и решить видимость на чертеже.

Цель задания: получить навыки решения задач по теме «Пересечение поверхностей».

Методические указания к решению задач

Линия пересечения двух кривых поверхностей в общем случае представляет собой пространственную кривую, которую строят по ее отдельным точкам.

Общим способом построения этих точек является способ поверхностей – посредников. Пересечем данные поверхности некоторой вспомогательной поверхностью - посредником и определяем линии пересечения посредника с данными поверхностями. При пересечении найденных линий получим точки, принадлежащие искомой линии пересечения.

В качестве вспомогательных поверхностей - посредников наиболее часто используются сферы. Если в качестве посредника используются плоскости, то способ построения точек линии пересечения называется способом **вспомогательных секущих плоскостей**. Если же в качестве посредника используется семейство вспомогательных сфер с общим центром, то способ называется – способом **вспомогательных секущих концентрических сфер**, а если нет общего центра, то - способом **вспомогательных секущих эксцентрических сфер**.

Способ вспомогательных секущих плоскостей следует применять тогда, когда обе поверхности можно пересечь посредником и получить графически простые линии (окружности, прямые, треугольники и др.)

Способ вспомогательных секущих концентрических сфер можно применять при построении линии пересечения двух поверхностей вращения, оси которых пересекаются и параллельны какой-либо плоскости проекций. В случае пересечения с поверхностью тора следует использовать способ вспомогательных секущих эксцентрических сфер.

Каким бы способом не производилось построение линии пересечения поверхностей, следует соблюдать ряд общих рекомендаций.

Прежде всего, необходимо помнить, что проекции линии пересечения всегда располагаются в пределах площади наложения одноименных проекций пересекающихся поверхностей.

У линии пересечения двух поверхностей различают опорные (характерные) и случайные точки. В первую очередь определяют опорные точки, так как они всегда позволяют видеть, а каких пределах расположены проекции линии пересечения и где между ними имеет смысл определять случайные точки для более точного построения линии пересечения поверхностей.

Определение видимости линии пересечения производят отдельно для каждого участка ограниченного точками видимости. При этом видимость всего участка совпадает с видимостью какой-нибудь случайной точки этого участка.

Пример 1. Построить линию пересечения усеченного конуса с фронтально - проецирующей треугольной призмой способом вспомогательных секущих плоскостей.

Первоначально определяют область, где будет располагаться искомая линия пересечения поверхностей. Это площадь наложения одноименных проекций пересекающихся поверхностей.

Далее выбирают вид плоскостей - посредников, помня о том, что они должны пересекать поверхность по наиболее простым линиям. Графическое решение приведено на рис. 2.4.1.

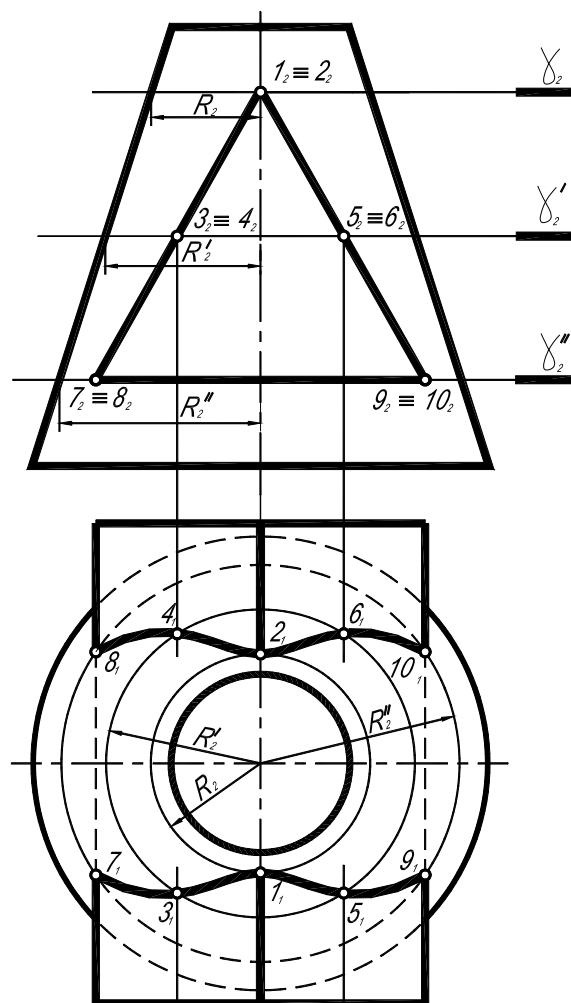


Рис. 2.4.1

Алгоритм графического решения:

1. В данном примере в качестве посредников целесообразно взять плоскости горизонтального уровня. Такие посредники при пересечении с конической поверхностью дают окружности, а с призматической поверхностью - прямоугольники.

2. Секущая плоскость γ_2 проходит через верхнее ребро призмы и пересекает конус по радиусу R_2 . Проведём окружность этого радиуса на горизонтальной проекции и при пересечении с ребром призмы получим точки 1_1 и 2_1 . Аналогично находим точки $3_1 - 10_1$, введя плоскости γ_2' и γ_2'' , которые образуют линии пересечения с конусом – окружности, а с призмой прямоугольники.

3. Соединив последовательно точки $8_1 4_1 2_1 6_1 10_1 8_1$ и $7_1 3_1 1_1 5_1 9_1 7_1$ получим проекции линии пересечения усеченного конуса с прямой треугольной призмой.

Пример 2. Построить проекции линии пересечения конуса общего положения с поверхностью сферы методом секущих плоскостей–посредников частного положения. Графическое решение примера на рис. 2.4.2.

Алгоритм графического решения:

1. Определяем характерные точки пересечения. В данном случае точки **A** ($A_1; A_2$) и **B** ($B_1; B_2$), которые являются точками пересечения очерковых образующих заданных пересекающихся поверхностей.

2. С помощью вспомогательных секущих плоскостей – посредников частного положения (в данном случае плоскостей горизонтального уровня) находим проме-

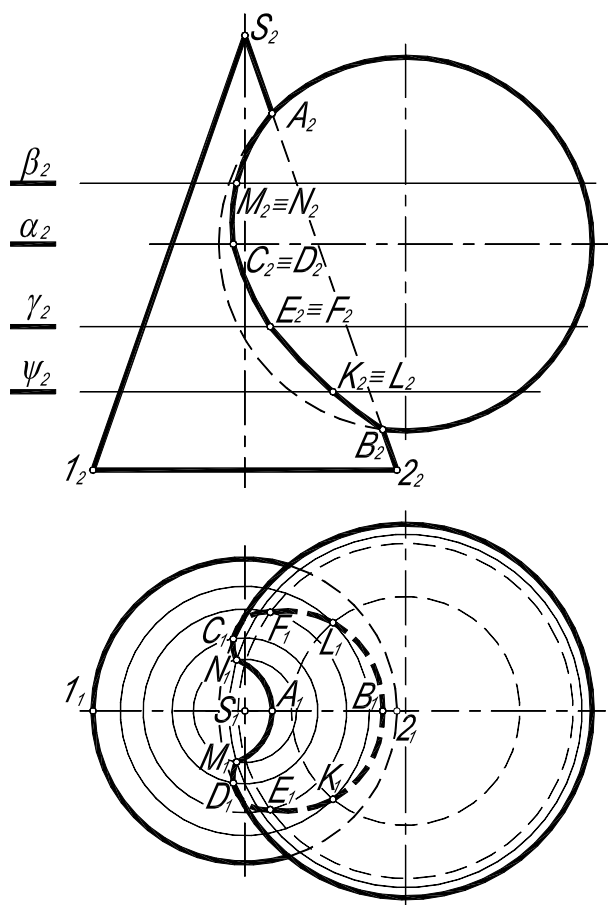


Рис. 2.4.2

жуточные точки линии пересечения это - $M (M_1; M_2)$ и $N (N_1; N_2)$ и еще столько точек, сколько требуется для построения четких проекций линии пересечения поверхностей.

3. Последовательно соединив полученные точки, получим горизонтальную и фронтальную проекции линии пересечения.

4. Определяем видимость на проекциях линии пересечения и поверхностей.

Пример 3. Построить проекции линии пересечения поверхности тора (кругового кольца) с конической поверхностью.

Для решения задачи целесообразно использовать способ вспомогательных секущих эксцентрических сфер. Графическое решение примера приведено на рис. 2.4.3.

Алгоритм графического решения:

1. Точки F и E определены как точки пересечения очерковых образующих заданных по условию поверхностей.

2. Проведем через ось вращения тора фронтально-проецирующую плоскость γ (γ_2), которая пересекает тор по окружности ограниченной очерковыми точками 1_2 и 2_2 . Центр сферы посредника O_2 находим на оси вращения конуса проводя прямую K_2O_2 , касательно к осевой (направляющей) тора из точки K_2 .

3. Сфера-посредник проведенная из точки O_2 радиусом равным величине O_21_2 или O_22_2 пересекает конус по окружности, которая проецируется на фронтальную плоскость проекции в

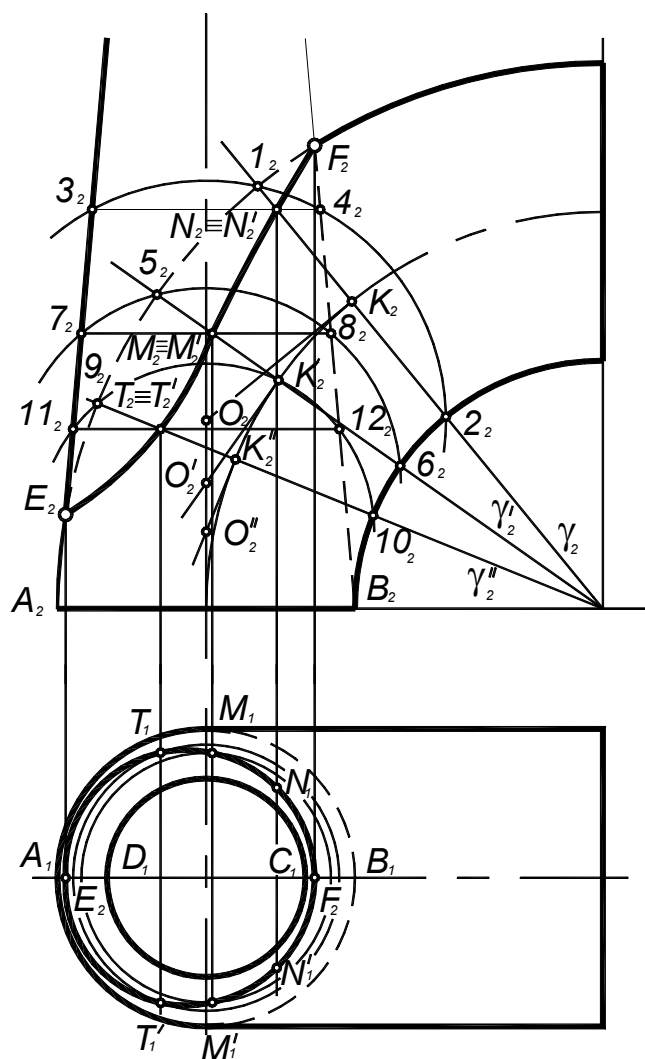


Рис. 2.4.3

отрезок прямой 3_24_2 . Пересечение линий 3_24_2 и 1_22_2 дает две точки (переднюю - видимую N_2 заднюю - невидимую N_2'), принадлежащие линии пересечения конуса с тором.

4. Для более точного построения линии пересечения проведем через ось вращения тора еще две плоскости γ' и γ'' . Проводим касательные к осевой линии (направляющей окружности) тора. Находим центры окружностей O_2' и O_2'' - и проводим секущие эксцентрические сферы - посредники. На пересечении линий 5_26_2 и 7_28_2 получим точки M_2 и M_2' , а на пересечении линий 9_210_2 и 11_212_2 получим точки T_2 и T_2' .

5. Точки N_1 , M_1 и T_1 на горизонтальной проекции будут находиться на окружностях диаметром 3_24_2 , 7_28_2 и 11_212_2 соответственно.

6. Соединив последовательно точки E_2 , T_2 , M_2 , N_2 , F_2 и E_1 , T_1 , M_1 , N_1 , F_1 , N_1' , M_1' , T_1' , E_1' получим две проекции линии пересечения поверхностей. Решим видимость на чертеже.

Пример 4. Построить проекции линии пересечения двух конусов методом концентрических сфер.

Применение метода концентрических секущих сфер – посредников обусловлено в том случае, если заданы поверхности вращения, их оси пересекаются и расположены в плоскости параллельной плоскости проекций. Пересекая поверхности, посредники–сферы образуют линии пересечения в виде окружностей перпендикулярных осям вращения заданных поверхностей. Графическое решение приведено на рис. 2.4.4.

Алгоритм графического решения:

1. Определяем центр концентрических сфер – точка пересечения осей поверхностей вращения ($i_2 \cap i'_2 = O_2$).

2. Определяем характерные точки, принадлежащие линии пересечения – точки пересечения очерковых образующих параллельных плоскости Π_2 (A_2 и B_2).

3. Из центра O_2 проводим посредники концентрические секущие сферы. Найдем радиус R_{max} , который равен расстоянию от O_2 до B_2 и радиус R_{min} , который вписывается в одну из заданных поверхностей и пересекает другую.

4. Между R_{max} и R_{min} будет определена область проведения

промежуточных концентрических сфер. Это означает, что радиус мы будем выбирать величиной больше R_{min} и меньше R_{max} .

5. Проведем промежуточную сферу-посредник радиусом R . Отметим точки её пересечения с очерковыми образующими $1_2 2_2$ и соединим их линией перпендикулярной оси вращения поверхности горизонтального конуса. Аналогично определить и вторая линия на поверхности вертикального конуса. На месте пересечения этих линий определим общие точки **MN** обозначенные $M_2 N_2$. Найдем их горизонтальные проекции.

6. Повторим решение несколько раз, а затем, последовательно соединив полученные точки, получим горизонтальную и фронтальную проекции линии пересечения.

7. Определяем видимость линии пересечения, а также и видимость контурных образующих поверхностей.

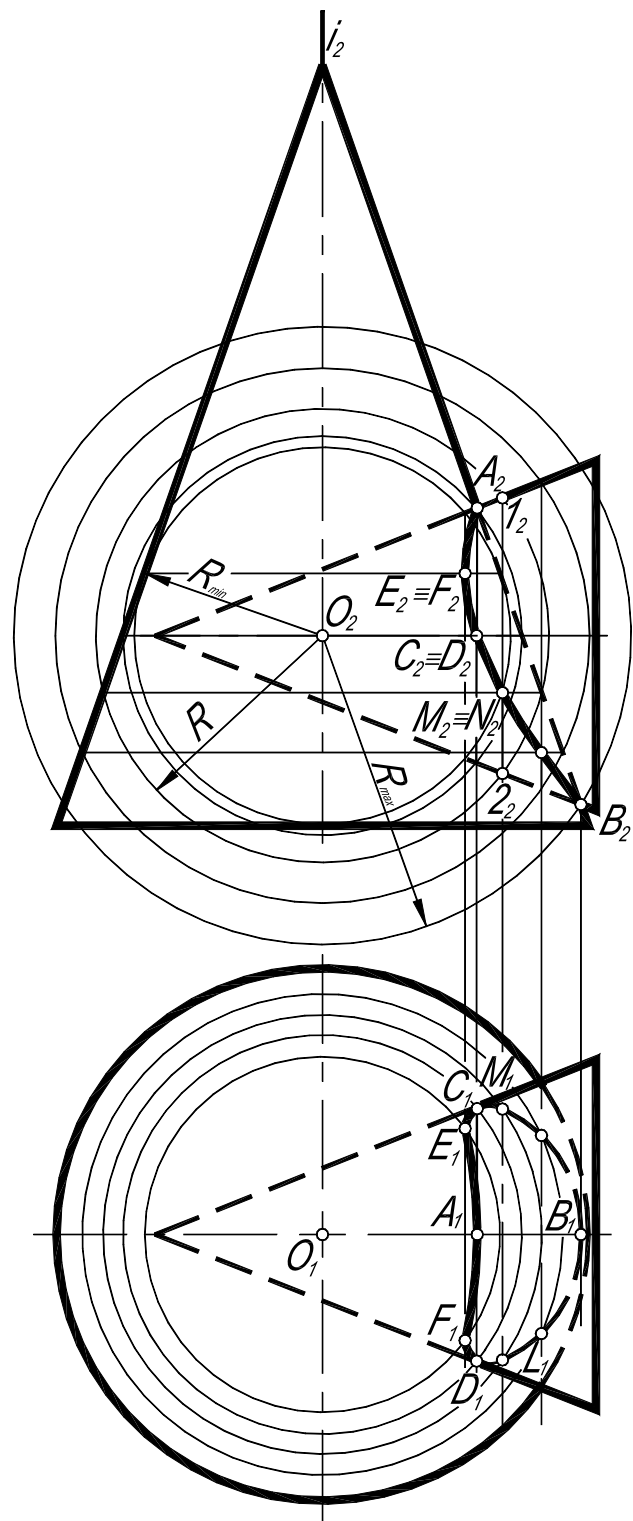


Рис. 2.4.4

2.5. Числовые отметки

Задание 5. Выполнить на листе формата А3 следующие задачи:

1. Начертить план земляного сооружения вместе с рельефом топографической поверхности, заданной горизонталями, в масштабе 1:200.
2. Построить линии пересечения откосов выемок и насыпей земляного сооружения между собой и с топографической поверхностью.
3. Построить профиль земляного сооружения.

Цель задания: получить навыки решения задач по теме «Числовые отметки».

Методические указания к решению задач

Прежде чем приступить к выполнению задания следует, вычерчиваем рамку чертежа и выделяем место для штампа. Над штампом выполняем линейный масштаб, для этого определяем его цену деления, т.е. устанавливаем на линейном масштабе отрезок, соответствующий одному метру на местности, учитывая заданный числовой масштаб 1:200. Подставляя единицу измерения длины, получим $1000 \text{ мм} : 200 = 5 \text{ мм}$, следовательно, на чертеже 5 мм соответствуют 1 метру на местности. Вычерчиваем линейный масштаб. Длина его имеет произвольное число делений (см. рис.2.5.1.).

Вычерчиваем сетку плана топографической поверхности. Сторона каждого квадрата в натуре равна 10 м, что соответствует 50 мм на чертеже при заданном масштабе. Рекомендуется сетку закрепить тушью тонкими линиями. Имея контрольное задание и сетку легко вычертить горизонтали топографической поверхности. Пользуясь контрольным заданием и размерами строительной площадки, вычерчиваем контур земляного сооружения: площадку и прилегающие дороги.

Границы земляных работ в числовых отметках определяем в результате пересечения **одноименных** топографических и проектных горизонталей. Горизонталы топографической поверхности заданы в усло-

вии задания. Графическое решение задания 5 приведено на рис. 2.5.1, 2.5.2, 2.5.3.

Алгоритм графического решения:

1. Для построения проектных горизонталей нужно определить интервал откоса насыпи I_H , интервал откоса выемки I_B , и интервал уклона дороги I_g . Интервалы можно определить как при помощи вычислений по формуле $I=1/i$, где i – уклон, так и с помощью углового масштаба уклонов, который следует строить над линейным масштабом (см.рис.2.5.1). В первом случае получим числовые значения интервалов

$$I_H=1/i=1/(2:3)=1,5 ; I_B=1/i_B=1/(1:1)=1 ; I_g=1/i_g=1/(1:6)=6 ;$$

которые с помощью линейного масштаба переводятся затем в соответствующие длины, используя цену деления:

$$I_H = 1,5 \times 5 \text{ мм} = 7,5 \text{ мм}; \quad I_B = 1 \times 5 \text{ мм} = 5 \text{ мм}; \quad I_g = 6 \times 5 \text{ мм} = 30 \text{ мм}.$$

Во втором случае расстояния между проектными горизонталями (интервалы) определяются в виде отрезков графическим путем, для чего строят угловой масштаб уклонов.

2. Угловой масштаб уклонов строится следующим образом (см. рис. 2.5.1). Используя линейный масштаб строится сетка квадратов. Сторона каждого квадрата равна единице длины 1 м. Через точку **0** проводится прямая заданного уклона. Например, для построения углового масштаба уклонов насыпи $i_H = 2:3$ необходимо отсчитывать от точки **0** в горизонтальном направлении три единицы (заложение), а в вертикальном направлении - две единицы (превышение) и полученную точку соединить отрезком прямой линии с точкой **0**. Отрезок прямой отсекает на горизонталях масштаба расстояния кратные длине интервала I_H . Также строят график уклона выемки i_B и дороги i_g .

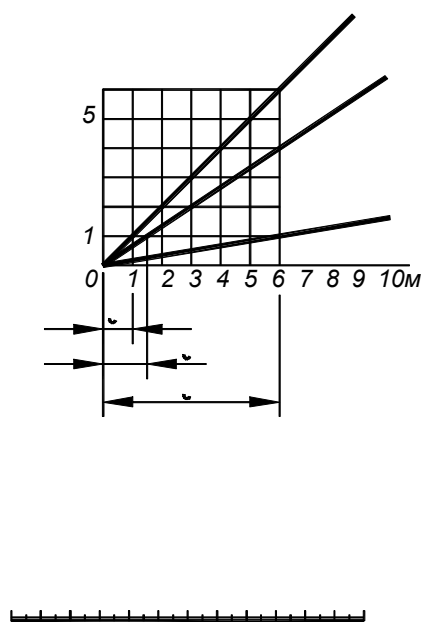


Рис. 2.5.1

3. Точки нулевых работ на кромке строительной площадки можно определить, если отыскать места пересечения горизонталей поверхности земли с кромкой, имеющие одинаковые отметки (см. рис. 2.5.2).

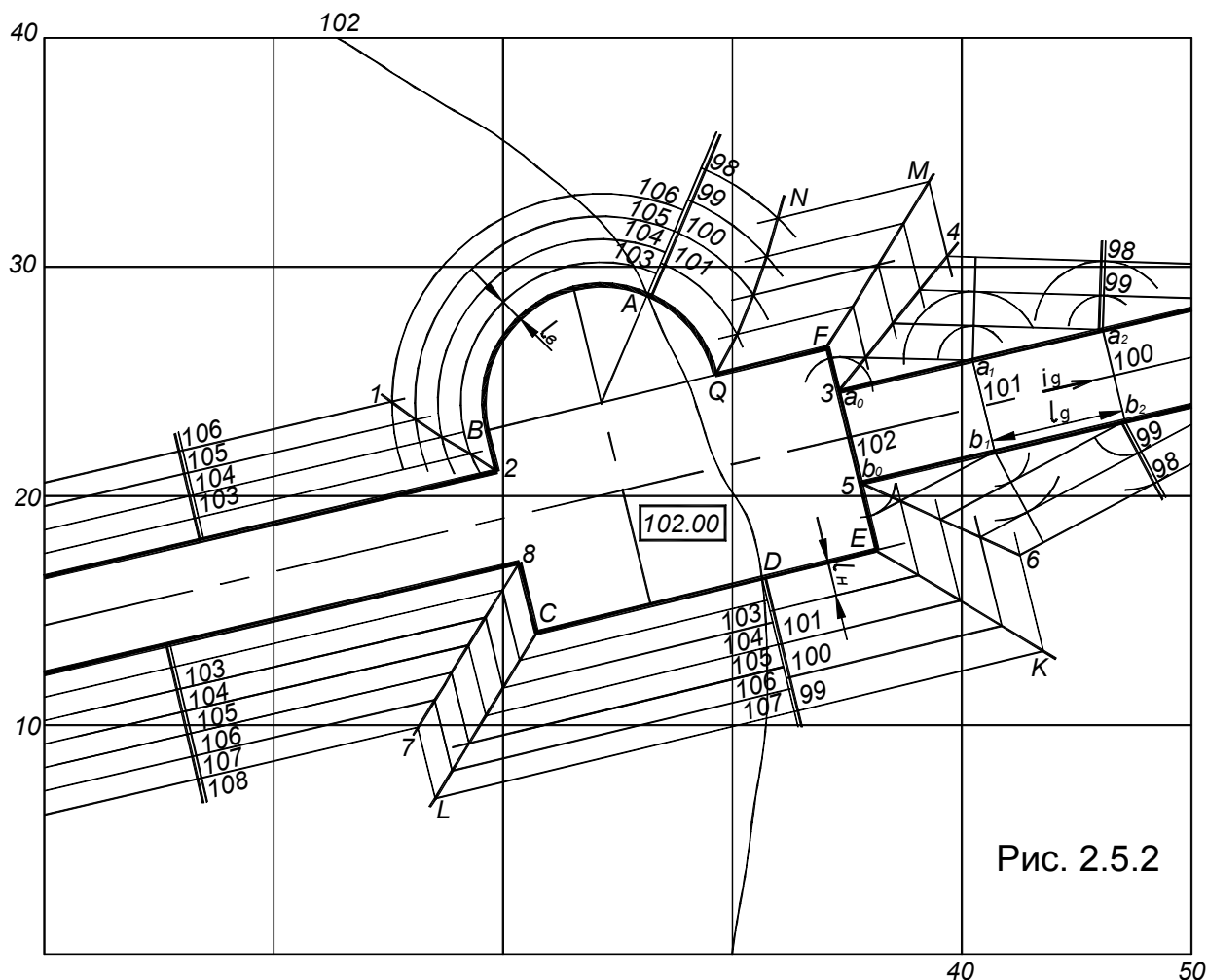


Рис. 2.5.2

В нашем примере замечаем, что кромка дороги и левая часть площадки проходит ниже поверхности земли. Правая часть площадки и дорога проходит выше поверхности земли. Следовательно, мы имеем дело с выемкой (левая часть) и насыпью (правая часть). Местом же нулевых работ являются точки **A** и **D** пересечения 102 горизонтали поверхности земли с кромкой строительной площадки (площадка имеет отметку 102).

4. В точках **A** и **D** проводим линии наибольшего ската, т.е. объединяющий масштаб уклона откоса выемки с масштабом откоса насыпи и производим градуирование, откладывая полученные значения интервалов: для выемки - слева линии наибольшего ската, для насыпи - справа. Точкам на линии наибольшего ската устанавливаем соответствующие отметки: для выемки - после отметки кромки **102**, пойдут **103, 104, ...** и т.д., для насыпи - **101, 100, 99, ...** и т.д.

Градуирование можно проделать на каждой стороне площадки и через полученные точки провести линии уровня (проектные горизонталы) параллельно кромкам площадки. Например, возьмем откос выемки, идущий вверх от кромки **DC** (см.2.5.2). Отрезок **DC** является проекцией 102 проектной горизонтали. Перпендикулярно **DC** строим масштаб уклонов плоскости откоса. На масштабе уклона выемки откладываем интервалы $I_B = 1:1 = 5$ мм и проводим проектные горизонталы (**103**-ю, **104**-ю и т.д.) параллельно кромке **DC**. Откос, идущий от кромки **CD** и **2B**, строят аналогично.

5. Построение плана откоса выемки на горизонтальном криволинейном участке кромки **В-А** ничем не отличается от предыдущего примера. Разница состоит в том, что поверхность откоса, идущая вверх от части окружности, представляет коническую поверхность, уклон которой равен $i_B = 1:1$. Проекции горизонталей поверхности откоса представляют равноудаленные друг от друга линии (в данном случае - концентрические окружности), расстояния между которыми равны также интервалу I_B . Таким образом, построив проектные горизонталы на сторонах **А-В**, **В-С** и **С-Д** мы определим линии пересечения откосов **С-L**, **8-7**; **1-2** соединив точки пересечения одноименных горизонталей.

6. Аналогично строим проектные горизонталы на правой части строительной площадки. Здесь интервал будет соответствовать интервалу насыпи I_H . Получаем линии пересечения откосов насыпи **Е-К**, **F-M** и **Q-N**, при чем **Q-N** есть кривая линия так как коническая поверхность **AQN** сечется плоскостью откоса **QFMN**.

7. ПОСТРОЕНИЕ ПЛАНА ОТКОСОВ НАСЫПИ НА ПРЯМОЛИНЕЙНОМ НАКЛОННОМ УЧАСТКЕ ДОРОГИ.

В качестве примера рассмотрим откос, идущий вниз от кромки **a₀**, **a₁**, **a₂** (см.2.5.2). Кромка **a₀ – a₂** не горизонтальна, поэтому линии уровня откоса не параллельны ей. Так, горизонталь **100** пересекает кромку дороги в точке **a₂** с отметкой **100**, а горизонталь **101** пересекает кромку дороги в точке **a₁**, имеющей отметку **101** и т.д. Так как откос насыпи представляет плоскость, имеющую интервал I_H , то горизонталь **100** должна в плане проходить на расстоянии одного интервала от точки с отметкой **101**, а от точки **a₀**, имеющей отметку **102**, - на расстоянии двух интервалов. Проекция горизонтали **100** касается окружности, проведенной из точки **a₁**, ра-

диусом равным одному интервалу, а также коснется окружности, проведенной из точки a_0 радиусом, равным двойному интервалу.

Проведем еще ряд проектных горизонталей параллельно полученной проекции горизонтали **100** через одинаковые интервалы I_n .

Для построения этих горизонталей из точки a_2 проводим перпендикулярно горизонтали **100** масштаб уклона плоскости откоса насыпи и откладываем на нём интервалы I_n . Построение горизонталей плана откосов насыпи, идущего вниз от кромки $b_0 - b_2$ выполним аналогично.

8. ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ ОТКОСОВ проходят через точки пересечения их горизонталей с одинаковыми отметками. Так построены линии **1-2, 3-4, 5-6, 7-8** (см.2.5.2).

9. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ОТКОСОВ ДОРОГИ С ПОВЕРХНОСТЬЮ ЗЕМЛИ, т.е. определение границы земляных работ. Линии пересечения поверхности откосов с поверхностью земли проходя через точки взаимного пересечения одноименных проектных горизонталей с горизонталями топографической поверхности.

10. ОКОНЧАТЕЛЬНАЯ ОБВОДКА ЧЕРТЕЖА. После выполнения всех построений на плане, контурными линиями оформляются кромки дороги и строительной площадки, а также линии пересечения откосов с поверхностью земли и откосов между собой.

Горизонтали проводятся тонкими сплошными линиями черного или светло - коричневого цвета, причём в той части поверхности земли, где они засыпаны (находятся под насыпью) или срезаны (в выемке), горизонтали следует показывать штриховыми линиями.

Для более наглядного выражения направления ската поверхности откосов у верхних его кромок наносятся короткие и длинные штрихи, чередующиеся между собой – короткие (длиной 2 мм основной линией) и длинные (величиной 4 мм тонкой линией) на расстоянии 2 мм, причём их направление должно совпадать с направлением линий наибольшего ската.

11. ПОСТРОЕНИЕ ПРОФИЛЯ ЗЕМЛЯНОГО СООРУЖЕНИЯ

В инженерной практике профили строят: продольные, когда секущая плоскость совпадает с осью дороги (сооружения), и поперечные, когда секущая плоскость расположена перпендикулярно к оси.

При необходимости или для учебной цели секущую плоскость можно расположить в любом месте. В нашем примере секущая плос-

кость **А - А** проходит через строительную площадку и не совпадает с осью. Построение профиля **А - А** сводится к построению вертикальной проекции сечения.. Для этого на выбранном месте строят сетку: горизонтальные линии обозначают горизонтальные плоскости, расположенное через один метр. вертикальные линии проводятся в местах характерных точек линии **А - А**.

Например: **1,2,3, ... 7** точки, образовавшиеся от пересечения следа секущей плоскости **А - А** с горизонталями топографической поверхности; **a, b, c, d** - характерные переломные точки сооружения. Отметки характерных точек (**1, 2, ... a, b, ...**) и расстояния между ними снимаются с плана чертежа.

Пример оформления профиля смотри на чертеже рис. 2.5.3.

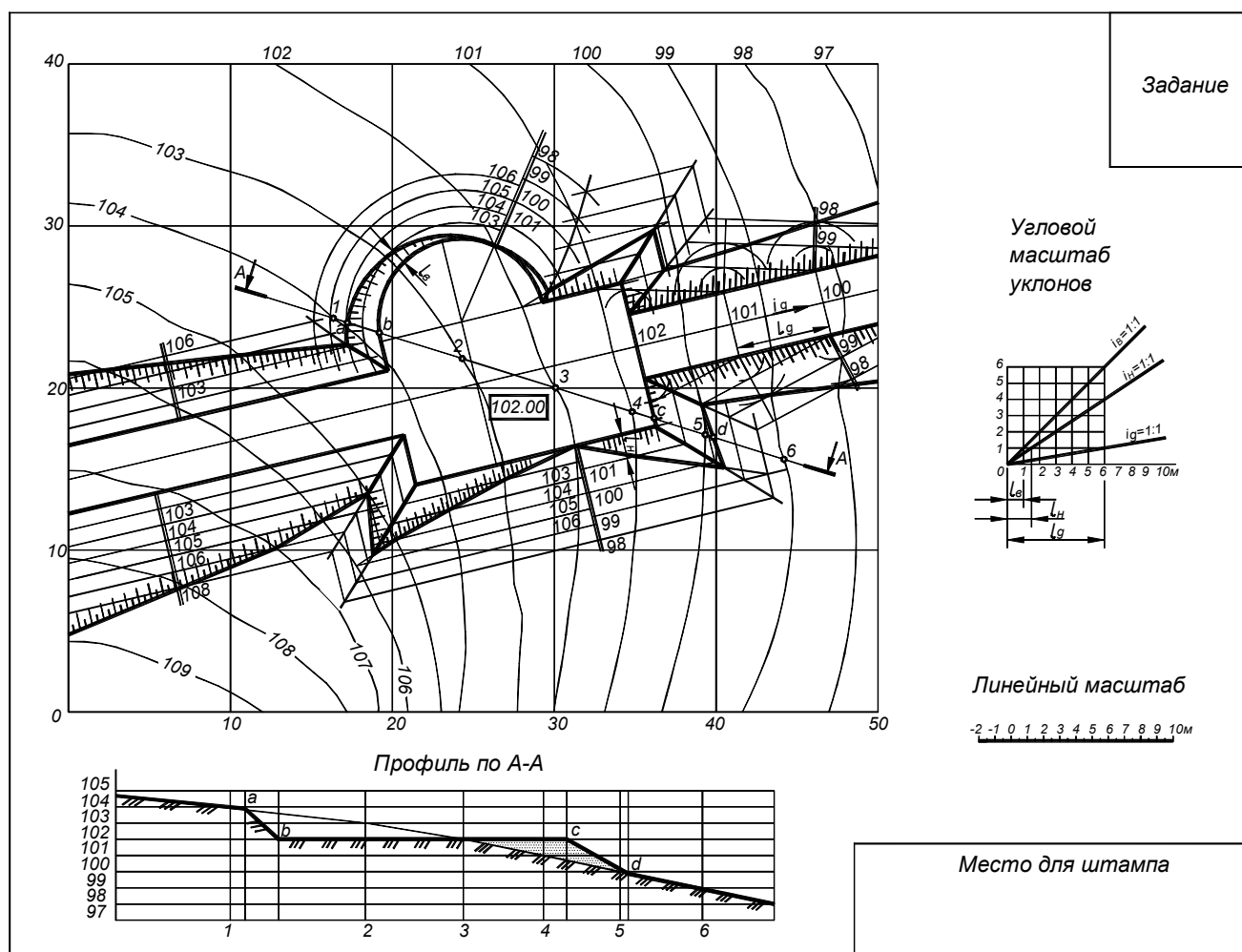


Рис. 2.5.3

2.6. Тени в ортогональных проекциях

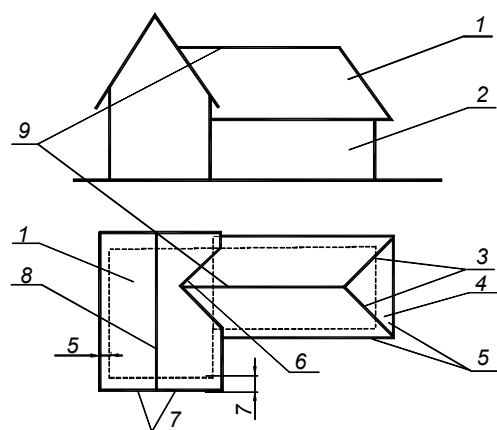
Задание 6. Выполнить на листе формата А3 собственные и падающие тени схематизированного здания.

Цель задания: получить навыки решения задач по теме «Тени в ортогональных проекциях».

Методические указания к решению задач

Задание следует располагать на формате вертикально. Условие задания следует перечертить, измерив и увеличив в 5 раз все размеры. Расстояние на плане между стенами и свесом крыши принять 5 мм, стенами и краем крыши – 7 мм (см. рис. 2.6.1). Предусмотреть максимальное расстояние между горизонтальной и фронтальной проекцией схематизированного здания при вычерчивании условия.

Рис. 2.6.1. Названия элементов



схематизированного здания:

- 1 – скат крыши;
- 2 – стена;
- 3 – ребра;
- 4 – вальма;
- 5 – свес крыши;
- 6 – ендова;
- 7 – край крыши;
- 8 и 9 – конек.

Построение на плане крыши схематизированного здания конька, ребер и ендов приводит к определению линии пересечения плоскостей.

При вычерчивании задания следует иметь в виду, что предлагается

три варианта расположения свесов крыши схематизированного здания:

А – свесы располагаются на одном уровне по всему периметру крыши; **Б** и **В** –

на разных уровнях, как это

приведено на рис. 2.6.2, поэтому для построения плана крыши следует

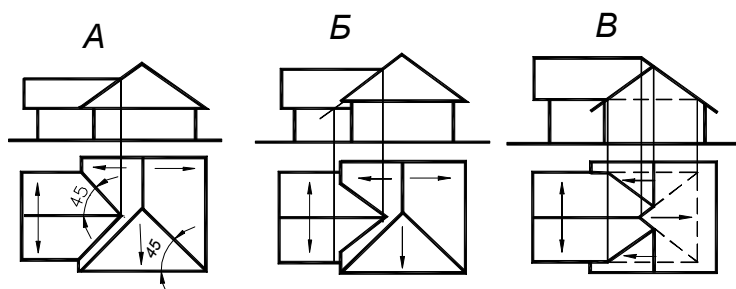


Рис. 2.6.2

использовать фасад здания. Следует учитывать также то, что скаты одной крыши имеют одинаковый уклон. Кроме этого план следует вычертить, расположив ближе к основной надписи, так чтобы между горизонтальной и фронтальной проекцией здания было большое расстояние для последующего построения падающей тени.

Тенью точки называется след светового луча, освещающего точку, на плоскости или поверхности. Следовательно, там, где световой луч, проходящий через точку, пересечет плоскость или поверхность и будет располагаться тень от точки.

Собственными называются тени, которые получаются на неосвещенной поверхности самого здания.

Падающими называются тени, отбрасываемые объемом на плоскости проекций, а также на другие элементы здания.

Рассмотрим на примерах построение коньков, ребер и ендов (см. рис. 2.6.3), а также собственных и падающих теней (см. рис. 2.6.4) схематизированного здания.

Пример 1. Построить коньки, ребра и ендовы схематизированного здания.

Алгоритм графического решения:

1. В рассматриваемом примере скаты крыши пересекаются между собой и образуют коньки. На рис. 2.6.3 это линии **А-В** и **М-К** (на чертеже это **А₁В₁**, **А₂В₂**, и **М₁К₁**, **М₂К₂**). Фронтальная проекция **А₂** определяется построением, а горизонтальную **А₁** найдем с помощью линии связи.

2. Чтобы построить на плане ендовы **А-Д** и **А-С**, необходимо найти точку входа **Д** и выхода **С** свеса крыши. Для этого рассмотрим скат крыши как фронтально-проецирующую плоскость, которая пересекает плоскости крыши другой части здания по линиям **А-1** и **А-2** (на чертеже это **А₁1₁**, **А₂1₂** и **А₁2₁**,

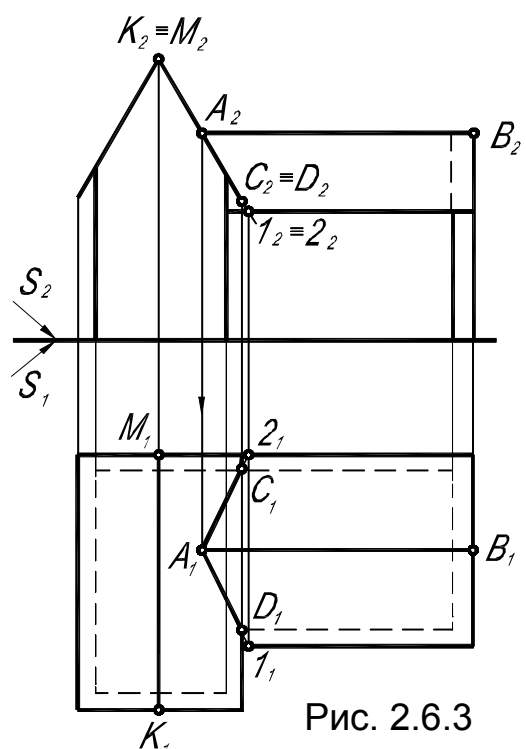


Рис. 2.6.3

A₂2₂). На горизонтальной проекции определяются в пересечении с ними точки входа **D₁**, **D₂** и выхода **C₁** и **C₂**.

Пример 2. Построить собственные и падающие тени от схематизированного здания.

Построение теней на ортогональном чертеже осуществляется при стандартном направлении **S** световых параллельных лучей, которые имеют горизонтальную и фронтальную проекции под углом 45° к оси X. При построении теней следует учитывать следующие особенности образования теней, основанных на свойствах параллельных проекций - тень от точки это точка, тень от прямой это прямая, тень от прямой перпендикулярной плоскости совпадает с направлением проекции светового луча, тень от прямой параллельной плоскости параллельна самой прямой. Графическое решение примера 2 приведено на рис. 2.6.4.

Алгоритм графического решения:

1. Построим падающую тень от здания на горизонтальную плоскость **П₁**. Для этого через характерные точки схематизированного здания **A**, **B**, **C**, **D**, **M**, **N** проведем проекции световых лучей параллельно заданному направлению **S₁**, **S₂**, а затем определим их горизонтальные следы. В результате получим тени **A₁^T**, **B₁^T**, **C₁^T**, **D₁^T**, **M₁^T**, **N₁^T**. Соединим их между собой и получим контур падающей тени от схематизированного здания на плоскость **П₁**. После этого заметим, что тень от конька **AC** не образует контура, а это означает что скаты крыши **ACD** и **ACB** освещены. Конек **KM** образует контур тени, а это означает, что скат **KMA** находится в собственной тени.

2. Точки **4₁^T ≡ 3₁^T** получились пересечением тени от свеса крыши **D-4** с тенью от конька **M3K**. Способом обратного луча вернем точки **3₁^T** и **4₁^T** на свес и конек как это показано на рис. 2.6.4.

3. Установим падающую тень от конька **KM** на скаты крыши **ACD** и **ACB**. По линии связи найдем тень точки **1₁^T** и соединим ее с ранее найденной **4₁^T** на скате **ACD**. Далее найдем тень **K₁^T** как пересечение светового луча, проведенного из проекции **K₂** со скатом **ACB**, решив известную задачу на определение точки пересечения линии с плоскостью. Соединим **K₁^T** с **1₁^T**.

4. Для построения падающей тени от свеса крыши **KR** на скат и стену проведем горизонтальные проекции световых лучей из точек **K**₁ и **R**₁ до пересечения со стеной, а из них линии связи до фронтальных проекций световых лучей, проведенных из **K**₂ и **R**₂. Отметим полученные тени точек **1**₂^T и **R**₂^T. В нашем варианте тень от точки **K** на стену является мнимой и случайно совпала с **1**₂^T. Соединим **R**₂, **1**₂^T, **R**₂^T и получим тень от свеса крыши **KMA** на стену.

5. Определим падающие тени на вертикальные плоскости стены и фронтона. Для этого проведем лучи через вертикальный угол здания расположенный возле точки **B**₁ и определим проекцию **2**₁. Из нее по линии связи определится проекция **2**₂. В свою очередь из **2**₂ проведем проекцию светового луча пересекающего угол здания в точке, из которой построим падающую тень от свеса крыши, на стену зная, что она параллельна свесу. Полученная линия пересечет **R**₂ - **R**₂^T в точке, из которой проведем обратный луч и отметим на свесе ее тень **5**₂^T. По линии связи построим горизонтальную проекцию тени точки **5**₁^T. Соединим между собой точки **5**₁^T, **K**₁^T, **1**₁^T и получим окончательно проекцию падающей тени от свеса **KMAR** на свес **ACB**. Тень от фронтона на стену – вертикальная линия. Построения начнем с гори-

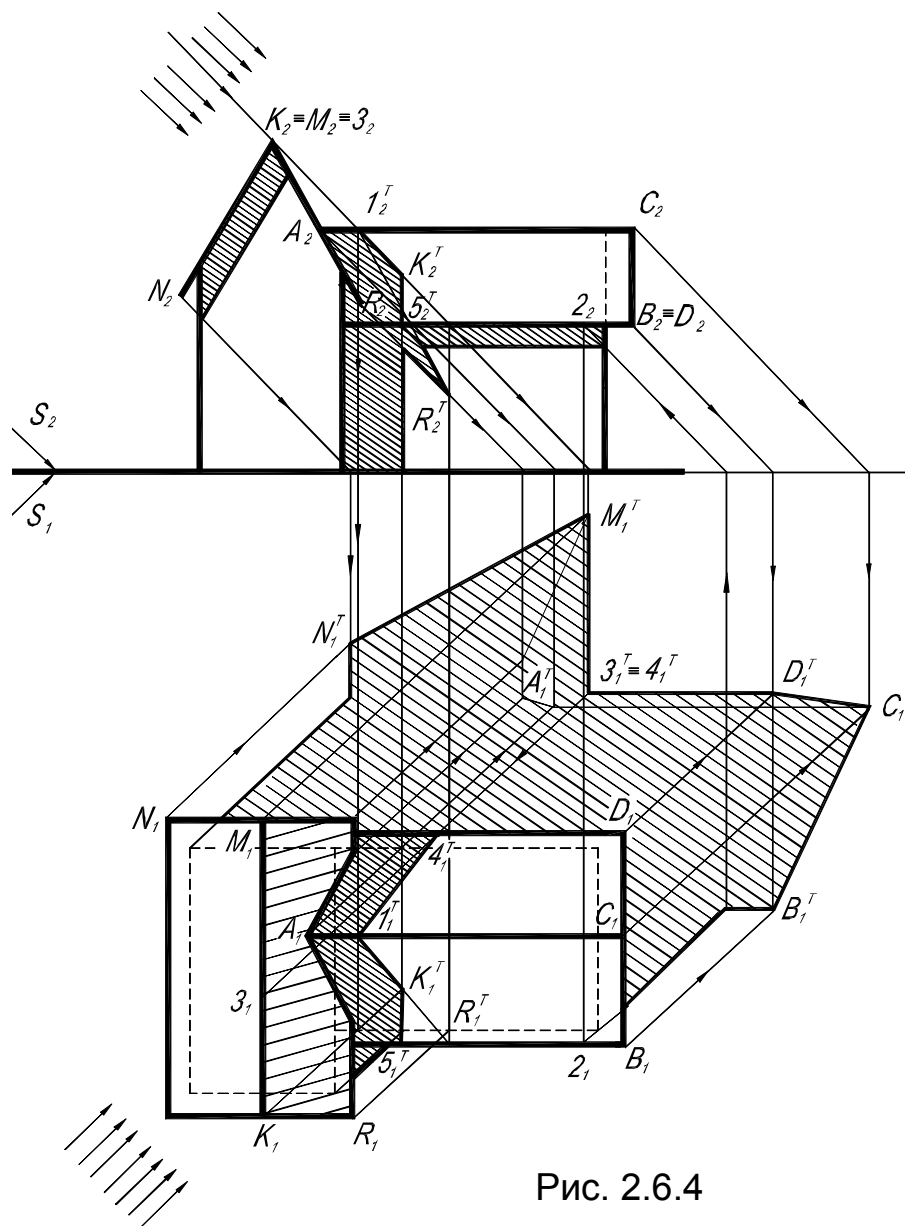


Рис. 2.6.4

горизонтальной проекции, проведя проекцию световых лучей через угол здания до пересечения со стеной, и из полученной точки по линии связи найдем фронтальную проекцию. Построения видны на чертеже 2.6.4.

Тени полагаются выделить на чертеже отмывкой или штриховкой с разной плотностью и направлением для собственных и падающих теней.

3. Методические рекомендации для подготовки к экзамену по начертательной геометрии

Успешная сдача экзамена обеспечена качеством учебы в течение семестра. Подготовка к экзамену осуществляется при наличии конспекта лекций, блока решенных задач, которые оформлены в сборнике и альбоме индивидуальных заданий. Студентам перед сессией выдаются вопросы для подготовки к экзамену по начертательной геометрии, которые содержат также список рекомендованной литературы используемой студентами для подготовки к экзамену. Все это в совокупности позволяет качественно подготовиться к экзамену и успешно его сдать.

Экзамен по начертательной геометрии проводится в письменной форме. На листах формата А3 подготовленных как сказано на рис. 1.1 выполняются задачи билета, приводятся пояснения в краткой алгоритмической форме. Оформление соответствует требованиям ГОСТ и СТБ.

Список рекомендуемой литературы

основной:

1. Гордон В.О., Семенцов-Огиевский М.А. Курс начертательной геометрии: Учебное пособие для вузов \ Под ред. В.О. Гордона, Ю.Б. Иванова. – М.: Высш. Шк., 1999.- 272 с.: ил.
2. Гордон В.О. и др. Сборник задач по курсу начертательной геометрии: Учебное пособие для вузов \ Под ред. Ю.Б. Иванова. – М.: Высш. Шк., 1998.- 320 с.: ил.
3. Начертательная геометрия: Учебник для вузов \ Под ред. Проф.

- Н.Н. Крылова. - М.: Высшая школа, 2000. – 224 с.: ил.
4. Начертательная геометрия: Учебник для вузов \ Н.Н. Крылов, Г.С. Иконникова, В.Н. Николаев и др.; Под ред. Н.Н. Крылова. - М.: Высшая школа, 2000. – 224 с.: ил.
 5. Кузнецов Н.С. Начертательная геометрия. - М., 1981
 6. Арустамов Х.А. Сборник задач по начертательной геометрии. - М.: Машиностр., 1978
 7. Винницкий Н.Г. Начертательная геометрия. - М.: Высш. шк., 1975
 8. Государственные стандарты Единой системы конструкторской документации (ЕСКД, СПДС и СТБ)
 9. Стандарт университета. Общие требования и правила оформления / под ред. Т.Н.Базенкова. – Брест: БГТУ, 2002

дополнительной:

1. Бубенников А.В. Начертательная геометрия. – М., 1985
2. Бубенников А.В. Начертательная геометрия: Задачи для упражнений. - М., 1981
3. Држевецкий В.В. Основы начертательной геометрии и проекционное черчение. \ Под ред. Л.С.Шабеки. – Мн.: Дизайн ПРО, 2000. – 112 с.: ил.
4. Локтев О.В. Краткий курс начертательной геометрии: Учеб. для втузов. – М.: Высш. Шк., 1999. – 136 с.: ил.
5. Локтев О.В. Задачник по начертательной геометрии: Учеб. пособие для втузов. – М. – Высш. шк., 1999. – 104 с.: ил.
6. Начертательная геометрия. Инженерная и машинная графика: Учебник для строит. спец. вузов \ К.И. Вальков, Б.И. Дралин, В.Ю. Климентьев, М.Н.Чукова; Под ред. К.И. Валькова. – М.: Высш. шк., 1997. – 495 с. : ил.
7. Фролов С.А. Начертательная геометрия .- М., 1983.
8. Фролов С.А. Сборник задач по начертательной геометрии. - М., 1980.